



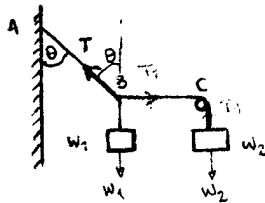
DINAMICA



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

DINAMICA

1.-Determinar el ángulo θ y la tensión en la cuerda AB si $W_1 = 0,3\text{kg}$ y $W_2 = 0,4\text{kg}$. Para que el sistema esté en equilibrio.



Cuerpo W_2 :

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T_1 = 0,4 \text{ kg}$$

Cuerpo W_1 :

$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \sum \vec{F}_y = 0$$

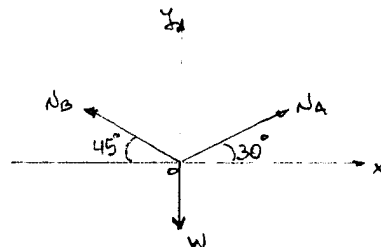
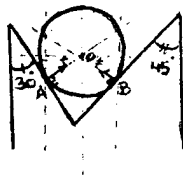
$$T \sin \theta = T_1 \quad (1) \quad T \cos 30 = 0,3 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{\sin 30}{\cos 30} = \frac{T_1}{0,3}$$

$$\tan \theta = 1,33$$

$$\Rightarrow \theta = 53,13^\circ //$$

2.-Una esfera de 200 Nt de peso se apoya en dos planos lisos como se indica en la figura. Determinar las reacciones que actúan sobre la esfera.



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$N_B \cos 45 = N_A \cos 30$$

$$\Rightarrow N_B = \frac{N_A \cos 30}{\cos 45} \quad (1)$$

$$(1) \text{ en } (2) : \frac{N_A \cos 30}{\cos 45} \cdot \cos 45 + N_A \sin 30 = W$$

$$N_A (\cos 30 + \sin 30) = 200$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{200}{\cos 30 + \sin 30} = 116,41 \text{ [N]} //$$

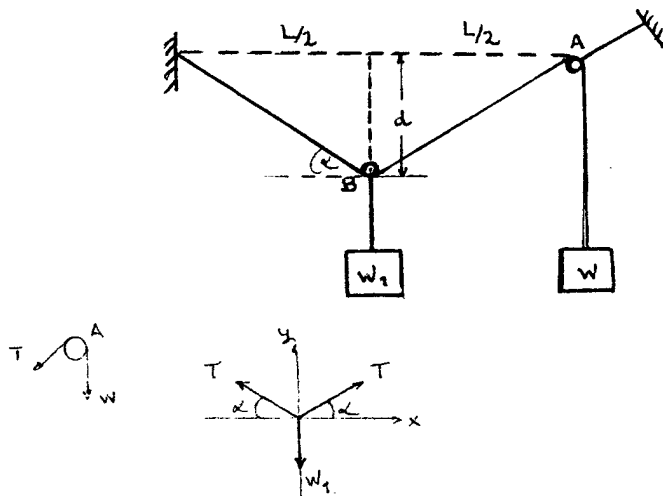
en (1):

$$\Rightarrow N_B = \frac{116,41 \cos 30}{\cos 45} = 179,31 \text{ [N]} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

3.-Un peso W está suspendido mediante una cuerda inextensible que pasa por la polea A. Otra polea B sostiene un peso W_1 aumentando la tensión de la cuerda. Determinar en función de W , W_1 y de L , la distancia d para que el sistema permanezca en equilibrio. Despreciar los rozamientos en las poleas.



$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$2T \cos \alpha = W_1 \quad (1)$$

$$\text{Pero } T = W \quad (2)$$

$$(2) \text{ en } (1):$$

$$W = \frac{W_1}{2 \cos \alpha} \quad (3)$$

$$\cos \alpha = \frac{d}{\sqrt{d^2 + (L/2)^2}} \quad (4)$$

$$(4) \text{ en } (3):$$

$$W = \frac{W_1}{2 \frac{d}{\sqrt{d^2 + \frac{L^2}{4}}}}$$

$$W = \frac{\sqrt{4d^2 + L^2} (W_1)}{4d}$$

$$W(4d) = \sqrt{4d^2 + L^2} \cdot W_1$$

$$W^2 (16d^2) = (4d^2 + L^2) \cdot W_1^2$$

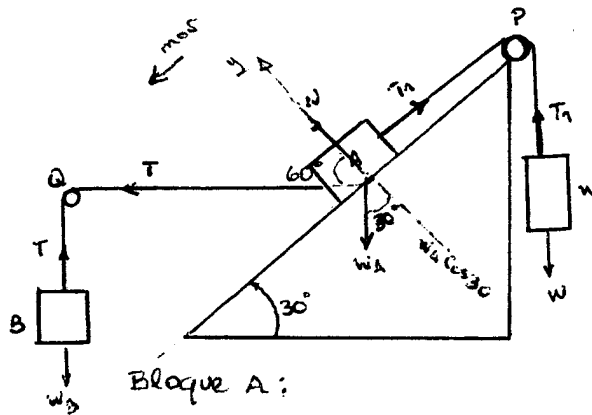
$$d^2 (16W^2 - 4W_1^2) = L^2 W_1^2$$

$$d = \frac{L W_1}{2 \sqrt{4W^2 - W_1^2}}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

5.-Determinar el peso W necesario para mantener el equilibrio en el sistema de la figura, en el cual $W_A = 100 \text{ Nt}$ y $W_B = 100 \text{ Nt}$. El plano y las poleas son totalmente lisos la cuerda AQ es horizontal y la cuerda AP es paralela al plano. Calcular también la reacción del plano sobre el peso A .



Bloque A:

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$T \sin 60 + W_A \cos 30 - T_1 = 0$$

$$T_1 = T \sin 60 + W_A \cos 30 \quad (1)$$

Bloque B:

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T = W_B \quad (2)$$

② con ①

$$T_1 = 10 \sin 60 + 100 \cos 30 = 58.66 \text{ [N]} //$$

$$\text{en } (2) \quad W = 58.66 \text{ [N]}$$

Bloque A:

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

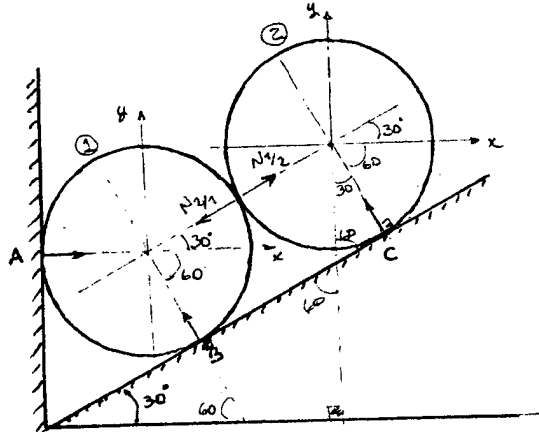
$$N - W_A \cos 30 + T \cos 60 = 0$$

$$N = W_A \cos 30 - T \cos 60 = 81.6 \text{ [Nt]} //$$

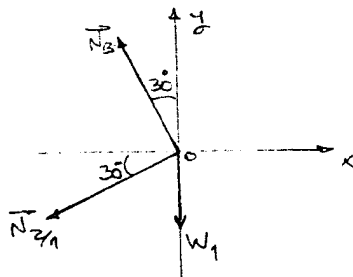


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

4.- Dos rodillos lisos e iguales de pesos 500 Nt están colocados como se indican en la figura. Hallar las reacciones en los puntos de contacto A, B, C.



Rodillo 1:



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$N_A - N_B \sin 30^\circ - N_{1/2} \cos 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N_B \cos 30^\circ - N_{1/2} \sin 30^\circ - W_1 = 0 \quad (2)$$

en (2) $N_{1/2} = \frac{N_B \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$

(2) en (4):

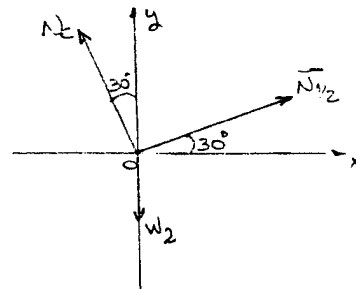
$$N_C \cos 30^\circ + \frac{N_C \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} \cdot \sin 30^\circ - W_2 = 0$$

$$N_C = 250\sqrt{3} \text{ [N]} //$$

en (2):

$$N_{1/2} = 250 \text{ [N]} //$$

Rodillo 2:



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$N_C \sin 30^\circ = N_{1/2} \cos 30^\circ \quad (3)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N_C \cos 30^\circ + N_{1/2} \sin 30^\circ - W_2 = 0 \quad (4)$$

en (3):

$$N_B = \frac{W_1 + N_{1/2} \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{500 + 250 \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$N_B = 721,68 \text{ [N]} //$$

en (4):

$$N_A = N_B \sin 30^\circ + N_{1/2} \cos 30^\circ$$

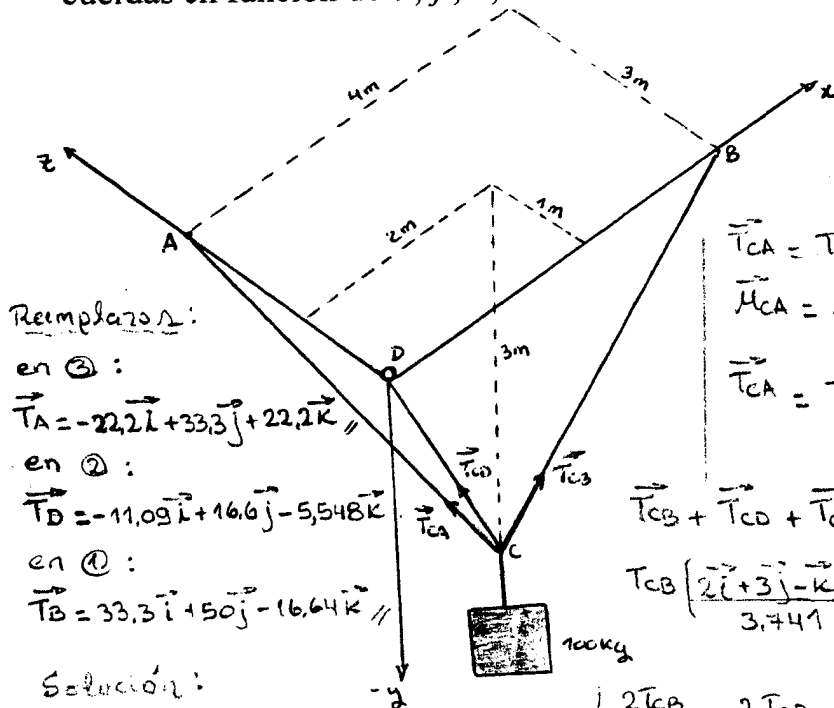
$$N_A = 721,68 \sin 30^\circ + 250 \cos 30^\circ$$

$$N_A = 577,34 \text{ [N]} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

6.-Un cuerpo de 100kg está soportado por tres cuerdas sujetos al techo de una habitación como se indica en la figura. Hallar la tensión de cada una de las cuerdas en función de $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, de acuerdo al sistema de coordenadas indicado.



Reemplazando:

en ③:

$$\vec{T}_A = -22,2\vec{i} + 33,3\vec{j} + 22,2\vec{k}$$

en ②:

$$\vec{T}_B = -11,09\vec{i} + 16,6\vec{j} - 5,548\vec{k}$$

en ①:

$$\vec{T}_B = 33,3\vec{i} + 50\vec{j} - 16,64\vec{k}$$

Solución:

$$\vec{W} = -100\vec{j} \quad A(0,0,3) \quad B(4,0,0) \\ C(2,-3,1) \quad D(0,0,0)$$

"C" $\Rightarrow$ Equilibrio: $\sum \vec{F} = 0$

$$\vec{R} = \vec{T}_{CB} + \vec{T}_{CD} + \vec{T}_{CA} + \vec{W} = 0$$

$$\vec{T}_{CB} = T_{CB} \vec{u}_{CB}$$

$$\vec{CB} = (\vec{B} - \vec{C}) = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{u}_{CB} = \frac{\vec{CB}}{|\vec{CB}|} = \frac{2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3,7411}$$

$$\vec{T}_{CB} = T_{CB} \left(\frac{2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3,7411} \right) \quad ①$$

$$\vec{T}_{CD} = T_{CD} \vec{u}_{CD}$$

$$\vec{u}_{CD} = \frac{-2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3,7411}$$

$$\vec{T}_{CD} = T_{CD} \left(\frac{-2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3,7411} \right) \quad ②$$

$$\vec{T}_{CA} = T_{CA} \vec{u}_{CA}$$

$$\vec{u}_{CA} = \frac{-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}}{4,123}$$

$$\vec{T}_{CA} = T_{CA} \left(\frac{-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}}{4,123} \right) \quad ③$$

$$\vec{T}_{CB} + \vec{T}_{CD} + \vec{T}_{CA} + \vec{W} = 0$$

$$T_{CB} \left(\frac{2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3,7411} \right) + T_{CD} \left(\frac{-2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}}{3,7411} \right) + T_{CA} \left(\frac{-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}}{4,123} \right) - 100\vec{j} = 0$$

$$\left(\frac{2T_{CB}}{3,7411} - \frac{2T_{CD}}{3,7411} - \frac{2T_{CA}}{4,123} \right) \vec{i} + \left(\frac{3T_{CB}}{3,7411} + \frac{3T_{CD}}{3,7411} + \frac{3T_{CA}}{4,123} - 100 \right) \vec{j} + \left(\frac{-T_{CB}}{3,7411} - \frac{T_{CD}}{3,7411} + \frac{2T_{CA}}{4,123} \right) \vec{k} = \vec{0}$$

$$\frac{2T_{CB}}{3,7411} - \frac{2T_{CD}}{3,7411} - \frac{2T_{CA}}{4,123} = 0$$

$$\frac{3T_{CB}}{3,7411} + \frac{3T_{CD}}{3,7411} + \frac{3T_{CA}}{4,123} - 100 = 0$$

$$-\frac{T_{CB}}{3,7411} - \frac{T_{CD}}{3,7411} + \frac{2T_{CA}}{4,123} = 0$$

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3,7411} & -\frac{2}{3,7411} & -\frac{2}{4,123} \\ \frac{3}{3,7411} & \frac{3}{3,7411} & \frac{3}{4,123} \\ -\frac{1}{3,7411} & -\frac{1}{3,7411} & \frac{2}{4,123} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{CB} \\ T_{CD} \\ T_{CA} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema:

$$T_{CB} = 62,35 \text{ kg}$$

$$T_{CD} = 20,78 \text{ kg}$$

$$T_{CA} = 45,81 \text{ kg}$$

$$T_B = 62,35 \text{ kg}$$

$$T_D = 20,78 \text{ kg}$$

$$T_A = 45,81 \text{ kg}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

7.-Determinar la tensión en cada cable del sistema de la figura, para que permanezca en equilibrio.

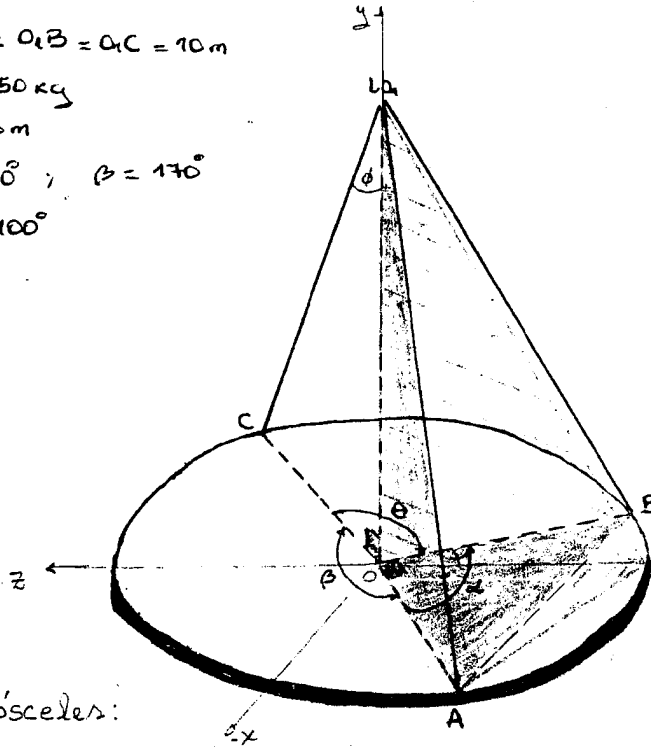
$$O_1A = O_1B = O_1C = 10 \text{ m}$$

$$m = 50 \text{ kg}$$

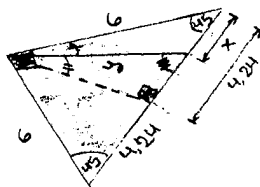
$$R = 6 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ ; \beta = 170^\circ$$

$$\theta = 100^\circ$$



ΔOAB Isósceles:



$$\cos \phi = \frac{8}{10}$$

$$y^2 = 6^2 + x^2 - 2(6)(x)\cos 45$$

$$y^2 = 36 + x^2 - 12x \cos 45 \quad (1)$$

$$y^2 = 6^2 + (8,48 - x)^2 - 2(6)(8,48 - x)\cos 45 \quad (2)$$

(1) en (2)

$$36 + x^2 - 8,48 = 36 + (8,48 - x)^2 - 8,48(8,48 - x)$$

↳ despejo x:

$$x = 1$$

$$\tan \hat{3} = \frac{4,21}{3,21}$$

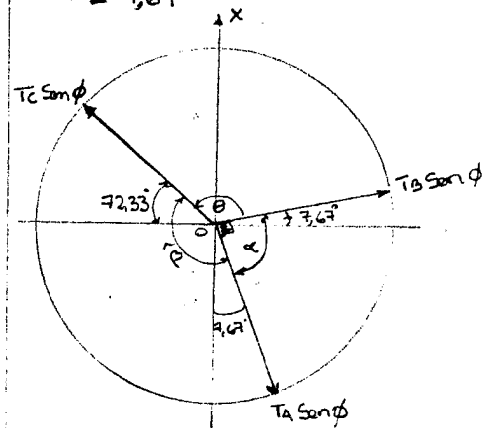
$$\hat{3} = 52,67^\circ$$

$$\hat{1} = 37,33^\circ$$

$$4\hat{1} + 4\hat{2} + 45 = 90 \quad (3)$$

Despejo de (3):

$$\hat{1} = 7,67^\circ$$



$$\sum F_y = 0$$

$$W = \cos \phi (T_A + T_B + T_C)$$

$$50 = \frac{8}{10} (T_A + T_B + T_C)$$

$$T_A + T_B + T_C = 62,5 \quad (1)$$

$$\sum F_x = 0$$

$$T_B \sin \phi \cos 82,33 + T_C \sin \phi \sin 72,33 = T_A \sin \phi \cos 7,67$$

$$0,08 T_B + 0,571 T_C = 0,594 T_A \quad (2)$$

$$\sum F_z = 0$$

$$T_B \sin \phi \cos 72,33 - T_B \sin \phi \cos 7,67 + T_A \sin \phi \sin 7,67$$

$$0,182 T_C = 0,594 T_B + 0,08 T_A \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -0,594 & 0,08 & 0,571 \\ 0,08 & 0,594 & -0,182 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_A \\ T_B \\ T_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 62,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resuelvo el sistema:

$$T_A = 28,51 \text{ kg}$$

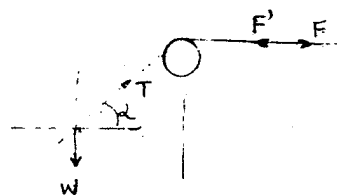
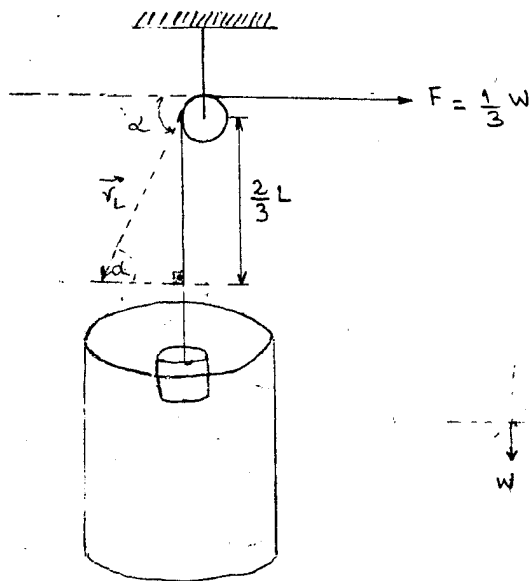
$$T_B = 5,031 \text{ kg}$$

$$T_C = 28,95 \text{ kg}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

8.-Se desea sacar agua de un pozo, para lo cual se utiliza una polea, una cuerda y un recipiente de masas despreciables. Si se sube el recipiente con agua hasta que el recipiente esté a raz de la boca del pozo, y la cuerda cuya longitud es "L" medida desde la parte superior del recipiente hasta la polea. Para alcanzar el recipiente y retirar del gancho que une a la polea se aplica una fuerza horizontal igual a $\frac{1}{3}$ del peso del agua, y aplicada a $\frac{2}{3}$ de "L" medido desde la polea. Determinar en términos de $\vec{i}$, $\vec{j}$ el vector posición del recipiente.



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$F' = T \cos \alpha \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T \sin \alpha = W$$

$$\hookrightarrow T = \frac{W}{\sin \alpha} \quad (2)$$

$$F' = F \quad (\text{acción y reacción})$$

$$F = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot W$$

$$\frac{W}{F} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\frac{W}{F} = \tan \alpha \Rightarrow \frac{W}{\frac{1}{3}W} = \tan \alpha$$

$$\alpha = 71,56^\circ$$

$$r_L = \frac{2/3 L}{\sin \alpha} = 0,702 L$$

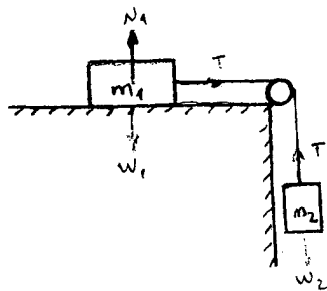
$$\vec{r}_L = 0,702 L (-\cos 71,56^\circ \vec{i} - \sin 71,56^\circ \vec{j})$$

$$\vec{r}_L = -0,22 L \vec{i} - 0,665 L \vec{j} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.-Determinar la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda en función de m_1, m_2, g . Considere que no existe rozamiento entre el bloque de masa m_1 y el plano.



masa 1 :

$$\sum \vec{F}_x = m_1 a$$

$$T = m_1 a \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N_1 = W_1$$

(1) en (2)

$$W_2 - m_1 a = m_2 a$$

$$a = \frac{W_2}{m_1 + m_2} //$$

$$T = m_1 \frac{W_2}{m_1 + m_2} //$$

masa 2 :

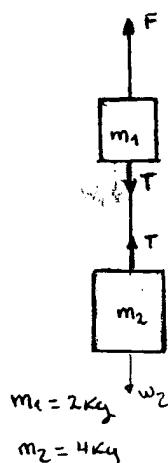
$$\sum \vec{F}_y = m_2 a$$

$$W_2 - T = m_2 a \quad (2)$$

10.-Dos cuerpos están unidos por medio de una cuerda. Una segunda cuerda está atada al cuerpo de arriba. Determinar:

10.1.-Cuál debe ser la fuerza F que se debe aplicar a la cuerda superior para mantener suspendidos a los dos cuerpos en reposo?

10.2.-Cuál debe ser la fuerza que se debe aplicar a la cuerda superior para comunicar a los cuerpos una aceleración de $2m/s^2$. En este caso determine la tensión de la cuerda que une a los cuerpos.



10.1) Cuerpo 1 :

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$F = W_1 + T$$

$$F = 2kg + 4kg = 6kg$$

$$F = 60N //$$

Cuerpo 2 :

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T = W_2$$

10.2) cuerpo 1 :

$$\sum \vec{F}_y = m_1 a$$

$$F - W_1 - T = m_1 a \quad (1)$$

Cuerpo 2 :

$$\sum \vec{F}_y = m_2 a$$

$$T - m_2 g = m_2 a$$

$$T = m_2 a + m_2 g \quad (2)$$

(2) en (1)

$$F - W_1 - (m_2 a + m_2 g) = m_1 a$$

$$F = (m_1 + m_2) a + g(m_1 + m_2)$$

$$F = (2+4) \cdot 2 + 10(2+4) = 72 [N]$$

$$F = 72 [N] //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

11.-Conteste las siguientes preguntas:

11.1.-Indique la diferencia entre el reposo y equilibrio.

11.2.-Es posible que un cuerpo esté en reposo cuando actúan sobre él fuerzas externas?

11.1) Reposo:

$$\vec{v} = 0$$

Equilibrio:

$$\sum \vec{F}_{\text{oplic}} = 0$$

$$\vec{v} \neq 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{cte}$$

$$\text{ó } \vec{v} = 0$$

11.2) Si es posible ya que la suma de todas las fuerzas externas en forma vectorial es igual a cero:

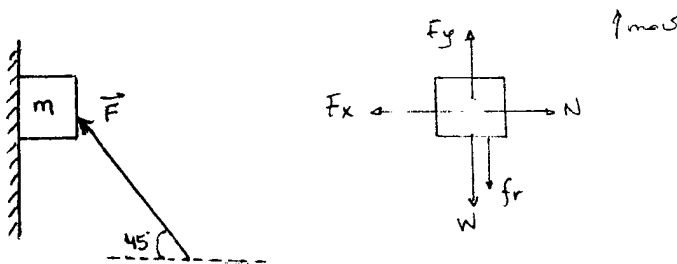
$$\sum \vec{F} = 0$$

12.-El cuerpo de la figura de masa 3kg está sometido a la acción de la fuerza $F=50\text{[N]}$ en la dirección indicada.

12.1.-Averiguar si el bloque está o no en equilibrio, calcule su aceleración y el valor de la fuerza de roce.

12.2.-Determinar los límites entre los que puede variar el valor de la fuerza (F) para que el bloque no se mueva.

$$\mu_{\text{CINETICO}} = 0,25 \quad \mu_{\text{ESTATICO}} = 0,27.$$



$$\begin{aligned} 12.1) \quad \sum \vec{F}_{\text{act}} &= F \sin 45 = 50 \sin 45 = 35,35 \text{ N} \\ \sum \vec{F}_{\text{resist}} &= W = 30 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{\text{act}} - \sum \vec{F}_{\text{resist}} &= 5,35 \text{ N} \\ \sum \vec{F}_{\text{act}} - \sum \vec{F}_{\text{resist}} &?? \quad f_{\text{máx}} \end{aligned}$$

$$5,35 \text{ N} < 9,54 \text{ N} \Rightarrow \vec{a} = 0 \text{ no se mueve.}$$

$$12.2) \quad \sum \vec{F}_y = 0$$

$$F \sin 45 = 30 + 9,54$$

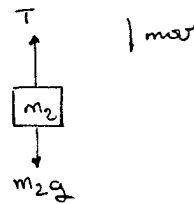
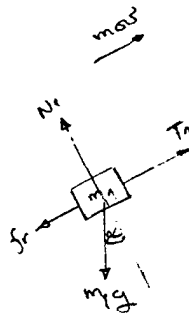
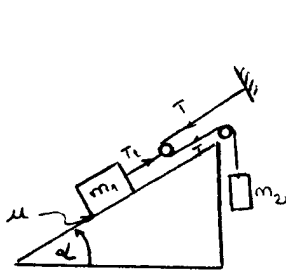
$$F = \frac{30 + 9,54}{\sin 45} = 55,91 \text{ N}$$

$$50 < F < 55,91 \text{ [N]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

13.-Entre qué límites debe variar la relación de la masa del bloque m_2 respecto a la masa del bloque m_1 para que el sistema de la figura no se mueva.



$$T_1 = 2T$$

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$T_1 - m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha = 0$$

$$2T - m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

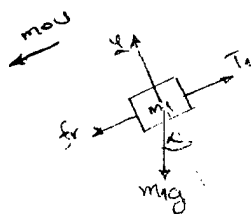
$$(1) + (2) \Rightarrow 2m_2 - m_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 0$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$+2 \} m_2 g - T = 0$$

$$2m_2 g - 2T = 0 \quad (2)$$



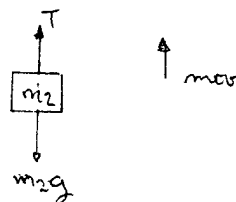
$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$m_1 g \sin \alpha - 2T - \mu m_1 g \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

(2) en (1)

$$m_1 g \sin \alpha - 2m_2 g - \mu m_1 g \cos \alpha = 0$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}$$



$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T - m_2 g = 0$$

$$2T - m_2 g = 0 \quad (2)$$

$$\frac{2}{(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} < \frac{m_1}{m_2} < \frac{2}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

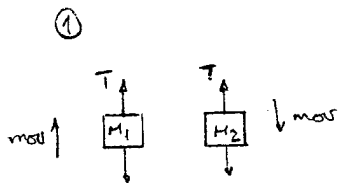
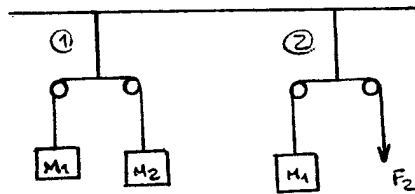
14.-Determinar la aceleración de la masa M_1 en cada uno de los casos de las siguientes figuras:

$$M_1 = 10\text{Kg}$$

$$M_2 = 30\text{Kg}$$

$$F_2 = 300\text{Newtons}$$

$$g = 10\text{m/s}^2$$



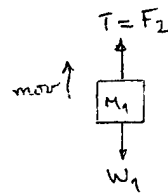
$$\sum \vec{F}_y = m_1 a$$

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a \\ m_2 - T = m_2 a \end{cases}$$

$$m_2 g - m_1 g = a(m_1 + m_2)$$

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g}{(m_2 + m_1)}$$

$$a = \frac{300 - 100}{10 + 30} = 5\text{m/s}^2 //$$



$$\sum \vec{F}_y = m_1 a$$

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$a = \frac{F_2 - m_1 g}{m_1}$$

$$a = \frac{300 - 100}{10}$$

$$a = 20\text{m/s}^2 //$$



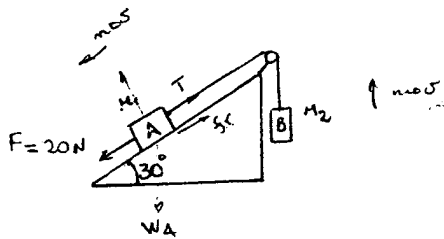
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

15.- Si aplicamos una fuerza de 20 Newtons en el bloque A paralela al plano y dirigida hacia abajo, para donde se mueve el sistema y cual es la aceleración. Para que valores de inclinación del plano el sistema se movería con velocidad constante.

$$M_1 = 10 \text{ Kg}$$

$$M_2 = 7 \text{ Kg}$$

Coefficiente de rozamiento único = 0,2.



$$\sum \vec{F}_x = m_A a$$

$$m_A g \sin 30^\circ + F - T - f_r = m_A a \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = m_B a$$

$$T - m_B g = m_B a$$

$$T = m_B a + m_B g \quad (2)$$

② en ① :

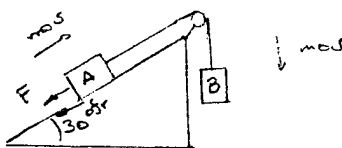
$$③ \quad m_A g \sin 30^\circ + F - (m_B a + m_B g) - f_r = m_A a$$

$$100 \sin 30^\circ + 20 - 70 - \mu N = a(m_A + m_B)$$

$$100 \sin 30^\circ + 20 - 70 - 0,2 m_A g \cos 30^\circ = 17a$$

$$a = \frac{100 \sin 30^\circ + 20 - 70 - 0,2 \times 100 \cos 30^\circ}{17}$$

$$a = -1,018 \text{ m/s}^2$$



$$\sum \vec{F}_x = m_A a$$

$$T - f_r - m_A g \sin 30^\circ - F = m_A a \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = m_B a$$

$$m_B g - T = m_B a$$

$$T = m_B g - m_B a \quad (2)$$

② en ① :

$$m_B g - m_B a - \mu m_A g \cos 30^\circ - F - m_A g \sin 30^\circ = m_A a$$

$$a = \frac{m_B g - \mu m_A g \cos 30^\circ - F - m_A g \sin 30^\circ}{m_B + m_A}$$

$$a = \frac{70 - 0,2 \times 100 \cos 30^\circ - 20 - 100 \sin 30^\circ}{17}$$

$$a = -1,08 \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{no se mueve.}$$

Otra manera de analizar:

$$\sum \vec{F}_{ac} = F + m_A g \sin 30^\circ = 70 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F}_{resist} = T = 70 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F}_{act} - \sum \vec{F}_{resist} ?? \text{ f\u00f3rma}$$

$$0 < 17,32 \text{ N} \Rightarrow \text{No se mueve.}$$

Para que se mueva con velocidad cte
 $a = 0$

$$\text{en } ③ : m_A g \sin \alpha + F - m_B g - f_r = 0$$

$$m_A g \sin \alpha + F - m_B g - \mu m_A g \cos \alpha = 0$$

$$100 \sin \alpha + 20 - 70 - 0,2 \times 100 \cos \alpha = 0$$

$$100 \sin \alpha - 50 - 20 \cos \alpha = 0$$

$$2 \sin \alpha - 0,4 \cos \alpha = 1$$

$$2\sqrt{1-\cos^2 \alpha} - 0,4 \cos \alpha = 1 ; \text{ Sea } x = \cos \alpha$$

$$2\sqrt{1-x^2} - 0,4x = 1 \sim \text{Resuelto:}$$

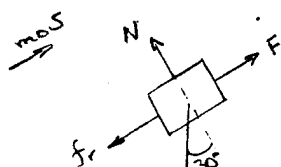
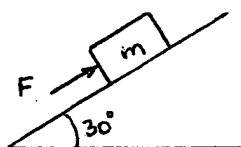
$$x = 0,758 \rightarrow \cos \alpha = 0,758$$

$$\alpha = 40,71^\circ //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

16.-Un bloque de masa 1Kg se encuentra sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si se aplica una fuerza F , como se indica en la figura y el valor del coeficiente único de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,347. Determinar en cada caso el sentido o tendencia del movimiento y el valor de la fuerza de rozamiento.



Para $F = 2 \text{ Nt}$:

$$\sum \vec{F}_x = ma$$

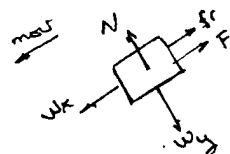
$$F - f_r - mg \sin 30 = ma$$

$$2 - \mu mg \cos 30 - mg \sin 30 = ma$$

$$a = \frac{2 - \mu mg \cos 30 - mg \sin 30}{m}$$

$$a = \frac{2 - 0,347 \times 10 \cos 30 - 10 \sin 30}{1}$$

$$a = -6 \text{ m/s}^2$$



$$\sum \vec{F}_x = ma$$

$$mg \sin 30 - F - f_r = ma$$

$$mg \sin 30 - F - \mu mg \cos 30 = ma$$

$$a = \frac{mg \sin 30 - F - \mu mg \cos 30}{m}$$

$$a = \frac{10 \sin 30 - 2 - 0,347 \times 10 \cos 30}{1}$$

$$a = -0,0051 \text{ m/s}^2$$

→ tiende a bajar ✓

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$f_r = mg \sin 30 - F = 3 \text{ Nt}$$

Otra manera:

$$\sum \vec{F}_{\text{act}} = mg \sin 30 = 5 \text{ N}$$

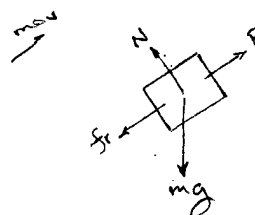
$$\sum \vec{F}_{\text{resist}} = 2 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F}_{\text{act}} - \sum \vec{F}_{\text{resist}} ?? f_{\text{rmax}}$$

$$3 < 3,00511 \rightarrow \text{Reposo}$$

→ tiende a bajar.

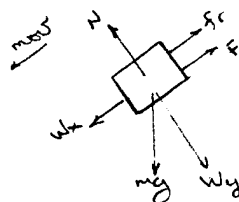
Para $F = 6 \text{ Nt}$



$$\sum \vec{F}_x = ma$$

$$F - f_r - mg \sin 30 = ma$$

$$a = \frac{F - \mu mg \cos 30 - mg \sin 30}{m} = -2 \text{ m/s}^2$$



$$\sum \vec{F}_x = ma$$

$$mg \sin 30 - F - f_r = ma$$

$$a = \frac{mg \sin 30 - F - f_r}{m} = -4 \text{ m/s}^2$$

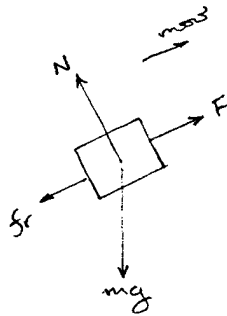
→ tiende a subir ✓

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$f_r = F - mg \sin 30 = 1 \text{ Nt}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS



$$\sum \vec{F}_x = ma$$

$$F - fr - mg \sin 30 = ma$$

$$a = \frac{F - fr - mg \sin 30}{m}$$

$$a = \frac{9 - 0.347 \times 10 \cos 30 - 10 \sin 30}{1} = 0.994 \text{ m/s}^2$$

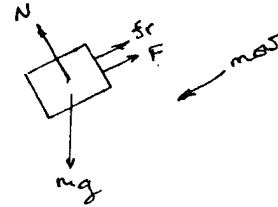
↳ mov. hacia arriba

$$fr = \mu mg \cos 30$$

$$fr = 0.347 \times 10 \cos 30 = 3 \text{ Nt} //$$

Resumen:

F	Movimiento	fr
2 Nt	tiende a bajar	3 Nt
6 Nt	tiende a subir	1 Nt
9 Nt	sobe /	3 Nt



$$\sum \vec{F}_x = ma$$

$$mg \sin 30 - F - fr = ma$$

$$a = \frac{mg \sin 30 - F - \mu mg \cos 30}{m}$$

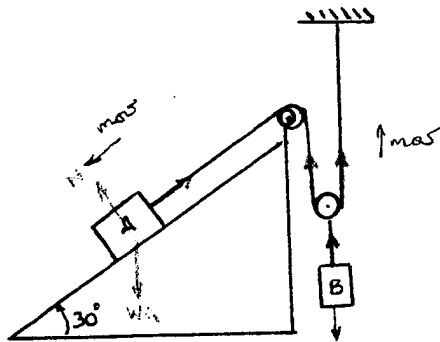
$$a = \frac{10 \sin 30 - 9 - 0.347 \times 10 \cos 30}{1}$$

$$\rightarrow a = -7 \text{ m/s}^2$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

17.-La masa del bloque A es 6 veces la de B. Determinar la distancia en metros que el bloque A recorre a lo largo del plano (y hacia dónde?) cuando han transcurrido 2 segundos luego de soltar el sistema del reposo, se considera que no existe ninguna clase de rozamiento.



$$\begin{aligned}m_A &= 6m_B \\d_A &= 2d_B \\a_A &= 2a_B \\T_B &= 2T_A\end{aligned}$$

Cuerpo A:

$$\sum F_x = m_A a_A$$

$$m_A g \sin 30^\circ - T_A = m_A a_A \quad (1)$$

(1) multiplico $\times 2$

$$2m_A g \sin 30^\circ - 2T_A = 2m_A a_A \quad (3)$$

$$(1) + (2)$$

$$2m_A g \sin 30^\circ - m_B g = 2m_A a_A + m_B a_B$$

$$2m_A g \sin 30^\circ - m_B g = 2m_A (2a_B) + m_B a_B$$

$$a_B = \frac{2m_A g \sin 30^\circ - m_B g}{4m_A + m_B} = \frac{2 \cdot 6m_B g \sin 30^\circ - m_B g}{4 \cdot 6m_B + m_B}$$

$$a_B = \frac{2 \cdot 6 \times g \sin 30^\circ - g}{4 \cdot 6 + 1} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$a_A = 4 \text{ m/s}^2$$

$$d_A = \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} a_A t^2$$

$$d_A = \frac{1}{2} (4) (2^2) = 8 \text{ [m]}$$

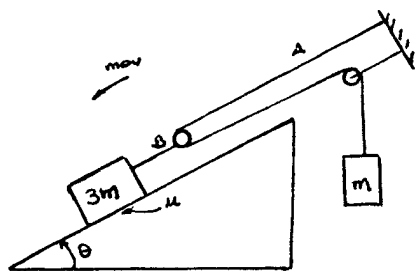


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

18.-En el sistema de la figura. Determinar en función de: m, θ, μ y la constante g .

18.1.-La aceleración de cada bloque.

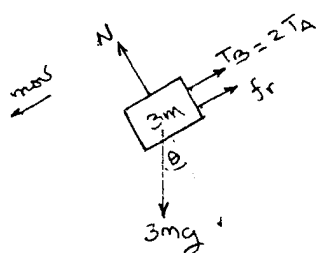
18.2.-La tensión en la cuerda A.



$$T_B = 2T_A$$

$$2a_B = a_A$$

(18.1)



$$\sum \vec{F}_x = 3ma_B$$

$$3mg \sin \theta - 2T_A - \mu N = 3ma_B$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N = 3mg \cos \theta$$

$$3mg \sin \theta - 2T_A - \mu \cdot 3mg \cos \theta = 3ma_B \quad (1)$$

$$(1) + (2)$$

$$3mg \sin \theta - 3\mu mg \cos \theta - 2mg = 3ma_B + 2ma_A$$

$$3mg \sin \theta - 3\mu mg \cos \theta - 2mg = 3ma_B + 2m(2a_B)$$

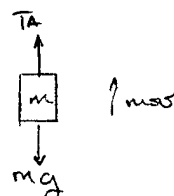
$$a_B = \frac{3mg \sin \theta - 3\mu mg \cos \theta - 2mg}{3m + 4m} = \frac{3g \sin \theta - 3\mu g \cos \theta - 2g}{7}$$

$$a_B = \frac{g}{7} (3 \sin \theta - 3\mu \cos \theta - 2) //$$

$$a_A = \frac{2g}{7} (3 \sin \theta - 3\mu \cos \theta - 2) //$$

(18.2) $T_A = mg + m \left[\frac{2g}{7} (3 \sin \theta - 3\mu \cos \theta - 2) \right]$

$$T_A = mg \left[1 + \frac{2}{7} (3 \sin \theta - 3\mu \cos \theta - 2) \right] //$$



$$\sum \vec{F}_y = ma_A$$

$$T_A - mg = ma_A \quad (2)$$

(2) multiplico * 2

$$2T_A - 2mg = 2ma_A \quad (3)$$

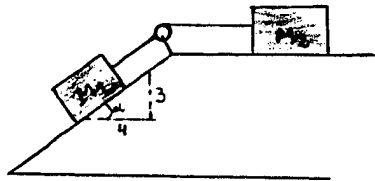


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

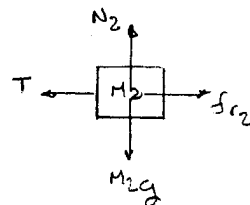
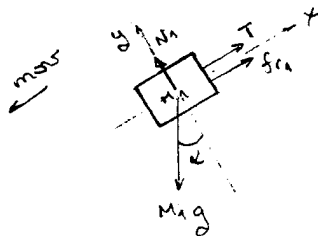
19.-En el sistema mostrado en la figura y conociendo que $M_1 = 10\text{Kg}$, $M_2 = 5\text{Kg}$, $\mu = 0,5$. Determinar:

19.1.-La fuerza de roce real en cada uno de los cuerpos.

19.2.-La tensión en la cuerda.



(19.1)



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$T = \mu_2 M_2 g$$

$$T = 25$$

$$\sum \vec{F}_{\text{Fact}} - \sum \vec{F}_{\text{resist}} \quad ?? \quad f_{\text{r máx}}$$

$$M_1 g \sin \alpha - T \quad ?? \quad \mu M_1 g \cos \alpha$$

$$100 \sin 36,86 - 25 \quad ?? \quad 0,5 \times 100 \cos 36,86$$

$$34,98 < 40 \Rightarrow \nexists \text{ aceleración}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = 0$$

Massa 1:

$$f_{r1} = \mu N_1 = \mu M_1 g \cos 36,86 = 40 \text{ [N]} \Rightarrow f_{\text{r máx},1} = 40 \text{ [N]}$$

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$\hookrightarrow f_{r1 \text{ real}} = 40 \text{ [N]} //$$

$$M_1 g \sin 36,86 - T - f_{r1} = 0$$

$$\hookrightarrow T = 20 \text{ [N]} //$$

Massa 2:

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$T = f_{r2}$$

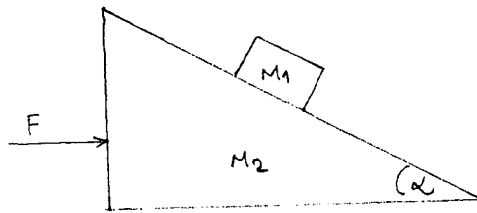
$$f_{r2 \text{ real}} = 20 \text{ [N]} //$$

$$(19.2) \Rightarrow T = 20 \text{ [N]} //$$

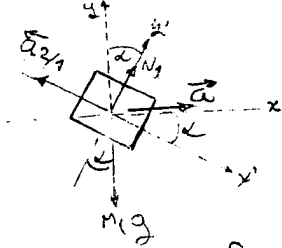


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

20.-Determinar la aceleración de la cuña para que el bloque colocado sobre ella no resbale, si no existe rozamiento.



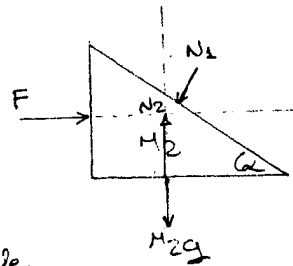
Masa M_1 :



$\vec{\Sigma F}_x = \vec{a}_{2/1} \cos \alpha$ ← porq' quiero que no resbale.

$$\begin{cases} N_1 \sin \alpha = M_1 a \\ \vec{\Sigma F}_y = 0 \\ N_1 \cos \alpha = M_1 g \end{cases}$$

$$\frac{①}{②} \Rightarrow a = g \tan \alpha \quad ③$$



$$\vec{\Sigma F}_x = M_2 a$$

$$F - N_2 \sin \alpha = M_2 a \quad ④$$

② en ④

$$F - \frac{M_1 g \sin \alpha}{\cos \alpha} = M_2 a$$

$$F - M_1 g \tan \alpha = M_2 a \quad ⑤$$

③ en ⑤

$$F - M_1 a = M_2 a$$

Nota: Podemos calcular

$$\Rightarrow a = \frac{F}{M_1 + M_2} //$$

F para que M_1 no resbale respecto a M_2

$$F = g \tan \alpha (M_1 + M_2) //$$



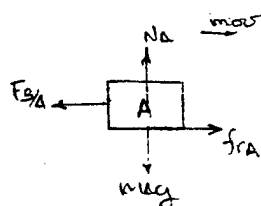
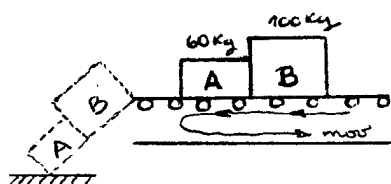
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

21.-Se coloca dos cuerpos sobre una banda transportadora que está en reposo. El coeficiente de rozamiento entre la caja A y la banda es 0,20 y entre la banda y la caja B es 0,10. Si la banda súbitamente comienza a moverse y existe desplazamiento de las cajas sobre la banda.

Determinar:

21.1.-La aceleración de las cajas.

21.2.-La fuerza ejercida de la caja A sobre la caja B.



$$\sum F_x = m_A a$$

$$f_{RA} - F_{gA} = m_A a \quad (1)$$

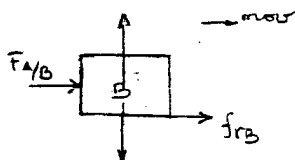
$$(1) + (2)$$

$$f_{RA} + f_{RB} = a(m_A + m_B)$$

$$\mu_A m_A g + \mu_B m_B g = a(m_A + m_B)$$

$$a = \frac{0,20 \times 600 + 0,10 \times 1000}{60 + 100} = 1,375 \text{ m/s}^2$$

$$a_A = a_B = a = 1,375 \text{ m/s}^2 //$$



$$\sum F_x = m_B a$$

$$f_{RB} + F_{A/B} = m_B a \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 21.2) \quad F_{A/B} &= m_B a - \mu_B m_B g \\ F_{A/B} &= 100 \times 1,375 - 0,10 \times 1000 = 37,5 \text{ [N]} \\ F_{A/B} &= 37,5 \text{ [N]} // \end{aligned}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

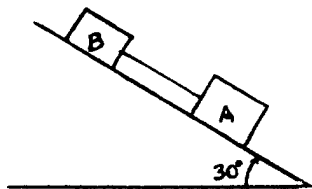
22.-Dos cuerpos A y B de 200 y 400kg respectivamente están unidos por una cuerda y descansan sobre el plano inclinado de la figura sus coeficientes de rozamiento son $\mu_A = 0,5$ $\mu_B = 0,33$ Determinar:

22.1.-El módulo de la fuerza de rozamiento sobre el bloque B.

22.2.-Si el sistema se mueve o no.

22.3.-La tensión en la cuerda.

22.4.-Que sucede con el sistema al cortar la cuerda.



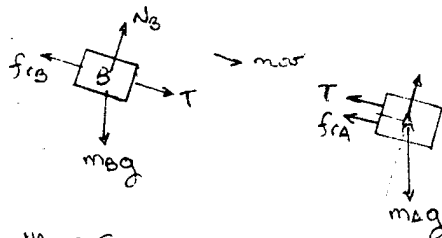
22.1) $\sum F_y = 0$

$N_B = m_B g \cos 30$

$f_{rB} = \mu_B N_B$

$f_{rB} = 0,33 (m_B g \cos 30) = 1143,15 \text{ [N]}$

22.2)



$\sum F_{act} = m_B g \sin 30 + m_A g \sin 30$

$\sum F_{resist} = T - T = 0$

$f_{rmax} = f_{rB} + f_{rA}$

$\sum F_{act} - \sum F_{resist} \text{ ??? } f_{rmax}$

$3000 > 2009,17$

$\Rightarrow$ $\exists$ aceleración

$\sum F_x = m_B a_s$

$T + m_B g \sin 30 - \mu_B m_B g \cos 30 = m_B a_s$

$T = m_B a_s + \mu_B m_B g \cos 30 - m_B g \sin 30 \quad (1)$

$\sum F_x = m_A a_s$

$m_A g \sin 30 - \mu_A m_A g \cos 30 - T = m_A a_s \quad (2)$

$m_A g \sin 30 + m_B g \sin 30 - \mu_A m_A g \cos 30 - \mu_B m_B g \cos 30 = a_s (m_A + m_B)$

$a_s = \frac{m_A g \sin 30 + m_B g \sin 30 - \mu_A m_A g \cos 30 - \mu_B m_B g \cos 30}{m_A + m_B}$

$\hookrightarrow a_s = 1,65 \text{ m/s}^2 //$

22.3) en (1)

$T = -196,84 \text{ [N]}$ $\sim$ significa q' se ha rota la cuerda.

Supongamos $\mu_A = 0,33$ $\mu_B = 0,5$

$\Rightarrow a_s = 1,16 \text{ m/s}^2$ en (1) $T = 196 \text{ [N]}$ //

Si queremos que nos salga una tensión positiva $\Rightarrow$ concluimos que los datos de coeficiente de rozamiento están mal dados, ya que podemos observar que con estos datos la tensión se rompe y eso se debe a un valor negativo.

22.4) No participa la tensión y tenemos distintas aceleraciones. Ejemplo:

en (1) $m_B g \sin 30 - \mu_B m_B g \cos 30 = m_B a_B$
 $a_B = 2,14 \text{ m/s}^2$

en (2) $m_A g \sin 30 - \mu_A m_A g \cos 30 = m_A a_A$

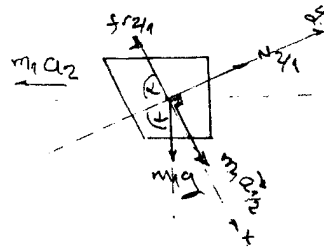
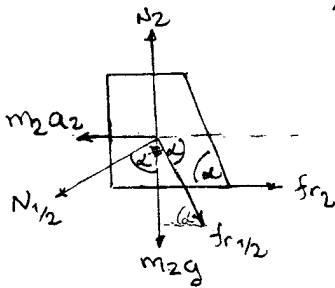
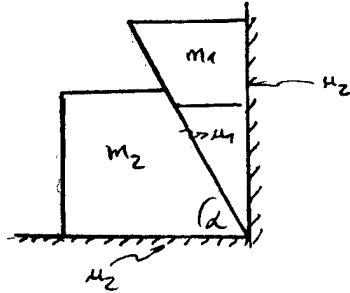
$a_A = 0,67 \text{ m/s}^2$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

23.-En el sistema de la figura siguiente, se tiene como datos: $\alpha, \mu_1, \mu_2, m_1, m_2$.

Calcule las aceleraciones de cada uno de los cuerpos en función de estos parámetros.



$$\sum \vec{F}_x = m_2 a_2$$

$$N_{1/2} \sin \alpha - f_{r2/2} \cos \alpha - f_{r2} = m_2 a_2 \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N_2 = m_2 g + f_{r1/2} \sin \alpha + N_{1/2} \cos \alpha \quad (2)$$

en (1):

$$N_{1/2} \sin \alpha - f_{r1/2} \cos \alpha - \mu_2 (m_2 g + f_{r1/2} \sin \alpha + N_{1/2} \cos \alpha) = m_2 a_2$$

$$N_{1/2} \sin \alpha - f_{r1/2} \cos \alpha - \mu_2 m_2 g - \mu_2 f_{r1/2} \sin \alpha - \mu_2 N_{1/2} \cos \alpha = m_2 a_2$$

$$N_{1/2} (\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha) - f_{r1/2} (\cos \alpha + \mu_2 \sin \alpha) = m_2 a_2 + \mu_2 m_2 g \quad (3)$$

(4) en (5)

$$(m_1 g \cos \alpha - m_1 a_2 \sin \alpha) (\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha) - \mu_1 N_{1/2} (\cos \alpha + \mu_2 \sin \alpha) = m_2 a_2 + \mu_2 m_2 g$$

$$(m_1 g \cos \alpha - m_1 a_2 \sin \alpha) (\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha) - \mu_1 (m_1 g \cos \alpha - m_1 a_2 \sin \alpha) (\cos \alpha + \mu_2 \sin \alpha) = m_2 a_2 + \mu_2 m_2 g$$

Despejo a_2 :

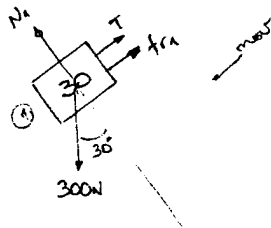
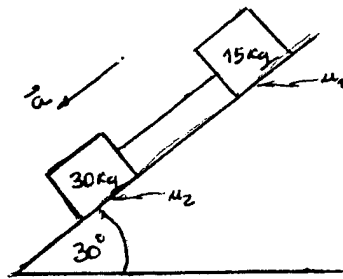
$$a_2 = \frac{m_1 g \cos \alpha (\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha - \mu_1 \cos \alpha - \mu_1 \mu_2 \sin \alpha) - \mu_2 m_2 g}{m_2 + m_1 \sin^2 \alpha - \mu_2 m_1 \sin \alpha \cos \alpha - \mu_1 m_1 \sin \alpha \cos \alpha - \mu_1 \mu_2 m_1 \sin^2 \alpha} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

24.- Dos pesos de 150 Newton y 300 Newton conectados por una cuerda, se deslizan por un plano inclinado con una aceleración de 3 m/s^2 .

Determinar los coeficientes de rozamiento μ_1 y μ_2 , sabiendo que la tensión en la cuerda es igual a 4,5 Newtons.

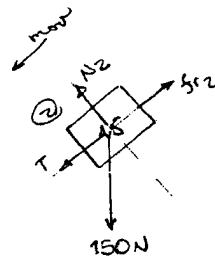


$$\sum \vec{F}_x = m_1 a$$

$$m_1 g \sin 30 - T - \mu_1 m_1 g \cos 30 = 30 \times 3$$

$$300 \sin 30 - T - \mu_1 \times 300 \cos 30 = 90$$

$$\Rightarrow \mu_1 = 0.213 //$$



$$\sum \vec{F}_x = m_2 a$$

$$T - m_2 g \sin 30 - \mu_2 m_2 g \cos 30 = 15 \times 3$$

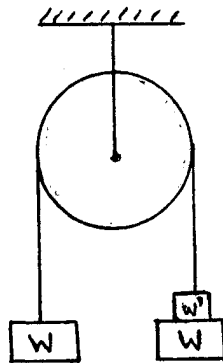
$$4.5 + 150 \sin 30 - \mu_2 \times 150 \cos 30 = 3 \times 15$$

$$\Rightarrow \mu_2 = 0.265 //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

25.- En la máquina de la figura se tienen dos pesos W iguales, los que están unidos por medio de una cuerda inextensible de peso despreciable. Se añade un peso W' a uno de los pesos anteriores, causando el movimiento del sistema. Determinar la aceleración del movimiento en función de los pesos W y W' .



$\sum \vec{F}_y = \frac{W}{g} a$	$\sum \vec{F}_y = \frac{W+W'}{g} \cdot a$
$T - W = \frac{W}{g} a \quad (1)$	$W+W' - T = \frac{W+W'}{g} \cdot a \quad (2)$

$$(1) + (2)$$

$$W + W' + W = \frac{W}{g} \cdot a + \frac{W+W'}{g} \cdot a$$

$$a = \frac{W'g}{2W + W'} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

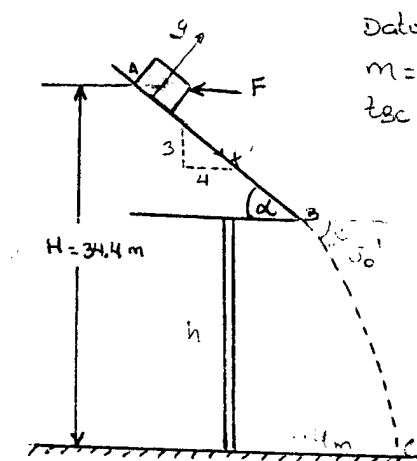
26.-Un bloque de masa 10 Kg se suelta desde un punto A en el techo de una torre. Si el bloque llega a un punto de la calle situado a 7,2 m, medidos desde el pie de la torre, utilizando 2 segundos desde el instante en que abandona el techo. Determinar:

26.1.-El vector velocidad en términos de $\vec{i}$, $\vec{j}$ con que abandona el techo.

26.2.-La altura h de la torre. Si H de la torre es 34,4 metros.

26.3.-Cuál es la longitud que recorre el bloque a lo largo del techo?

26.4.-Con qué aceleración recorre esa distancia?



Datos:

$$m = 10 \text{ Kg}$$

$$t_{\text{rec}} = 2 \text{ seg}$$

$$\vec{F}_x = m \cdot a_x$$

$$m g \sin \alpha = m \cdot a$$

$$a_x = g \sin \alpha$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2 a_x L_{AB}$$

$$v_x^2 = v_0'^2 = 2 g \sin \alpha L_{AB}$$

$$L_{AB} \sin \alpha = \frac{v_0'^2}{2g} \quad (1)$$

$$34.4 = L_{AB} \sin \alpha + h \quad (2)$$

$$h = v_0' \sin \alpha (2) + 5 \times 2^2$$

$$h = v_0' \sin 36.86 (2) + 5 \times 2^2$$

$$h = 1.2 v_0' + 20 \quad (3)$$

$$(1) \wedge (3) \text{ en } (2):$$

$$\Rightarrow 34.4 = \frac{v_0'^2}{2g} + 1.2 v_0' + 20$$

$$688 = v_0'^2 + 24 v_0' + 400$$

$$v_0'^2 + 24 v_0' - 288 = 0$$

$$v_0' = \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 + 4(288)}}{2}$$

$$v_0' = \frac{-24 \pm 41.57}{2}$$

$$v_0' = \frac{-24 + 41.57}{2} = 8.78 \text{ m/s}$$

$$v_0' = 8.78 \text{ m/s}$$

$$26.1) \vec{v}_0' = 8.78 (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j})$$

$$\vec{v}_0' = 7.024 \vec{i} - 5.26 \vec{j} \text{ [m/s]}$$

$$26.2) \text{ en } (3):$$

$$h = 30.53 \text{ m}$$

$$26.3) \text{ Método geométrico:}$$

$$H - h = 3.864 \text{ m}$$

$$L_{AB} = \frac{3.864}{\sin 36.86} = 6.44 \text{ m}$$

Otra manera:

$$\text{en } (1): L_{AB} = \frac{v_0'^2}{2g \sin \alpha}$$

$$L_{AB} = \frac{8.78^2}{2 \times 9.8} = 6.42 \text{ m}$$

$$26.4)$$

$$a = g \sin 36.86 = 6 \text{ m/s}^2$$

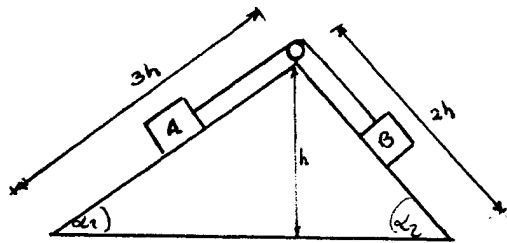
$$\overline{DC} = v_0' \cos \alpha (2)$$

$$\overline{DC} = 8.78 \cos 36.86 (2) = 14 \text{ m.}$$



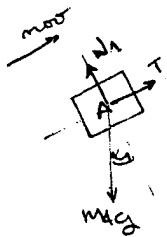
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

27.- Dos bloques idénticos de masa "m", están unidos por una cuerda de longitud 3h, y descansan en un doble plano inclinado con las dimensiones indicadas en la figura. A qué velocidad se moverá el cuerpo A cuando el bloque B llega abajo? Suponer que el bloque B parte de lo alto del plano y que las superficies son lisas.



$$\alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{h}{3h}\right) = 19.47^\circ$$

$$\alpha_2 = \sin^{-1}\left(\frac{h}{2h}\right) = 30^\circ$$



$$\sum \vec{F}_x = m_A a$$

$$T - mg \sin \alpha_1 = m_A a \quad (1)$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} :$$

$$mg \sin \alpha_2 - mg \sin \alpha_1 = m_A a + m_B a$$

$$g \sin 30^\circ - g \sin 19.47^\circ = 2a$$

$$a = \frac{g \sin 30^\circ - g \sin 19.47^\circ}{2} = 0.833 \text{ m/s}^2$$

$$v_{Bx}^2 = v_{Bx}^2 + 2a \Delta x$$

$$v_{Bx}^2 = 2 \times 0.833 (2h)$$

$$v_{Bx} = 1.825 \sqrt{h} \text{ [m/s]} \quad \textcircled{1}$$

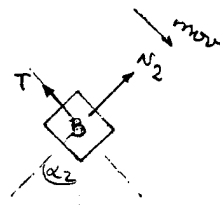
$$v_{Bx} = at$$

$$t = \frac{1.825 \sqrt{h}}{0.833} = 2.19 \sqrt{h} \text{ seg}$$

$$v_A = v_{Ax}^0 + at$$

$$v_A = 0.833 \times 2.19 \sqrt{h}$$

$$v_A = 1.82 \sqrt{h} \text{ (m/s)}$$



$$\sum \vec{F}_x = m_B a$$

$$mg \sin \alpha_2 - T = m_B a \quad (2)$$

Otra manera:

Aplicando Conservación de Energía:

$$\Delta E_{ms} = 0$$

$$\Delta E_{CA} + \Delta E_{CB} + \Delta E_{pA} + \Delta E_{pB} = 0$$

$$-E_{CA} - E_{CB} + E_{pA} + E_{pB} = 0$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_A - mgh_B = 0$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 + \frac{1}{2} (1.825 \sqrt{h})^2 + g(2h \sin 30^\circ) - gh = 0$$

$$\Rightarrow v_A = 1.822 \sqrt{h} \text{ [m/s]} //$$

$$v_B^2 = v_{Bx}^2 + 2a \Delta x$$

$$v_B = 1.325 \sqrt{h}$$

$$v_B^2 = v_A^2 - 2a \Delta x \quad (2 \times 0.833 (3h))$$

$$v_B^2 = v_A^2 - 5h \quad \textcircled{2}$$

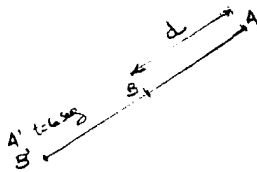
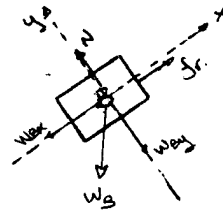
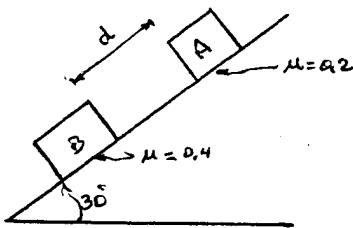
$$3.33h = v_A^2 - 5h$$

$$v_A = 2.88 \sqrt{h} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

28.- Los bloques A y B de la figura originalmente se mantienen en reposo sobre el plano inclinado. El coeficiente de rozamiento al deslizamiento en la base del bloque B es 0,4 y en la base del bloque A es 0,2. El bloque B se suelta desde el reposo y 1 segundo más tarde se suelta A. Si A alcanza a B cuando éste se ha movido durante 6 segundos. Cuál es la distancia que los separaba inicialmente. El bloque B pesa el doble de A.



$$\sum \vec{F}_x = m_A a_A$$

$$m_A g \sin 30^\circ - 0,2 m_A g \cos 30^\circ = m_A a_A$$

$$a_A = 3,26 \text{ m/s}^2$$

$$\sum \vec{F}_x = m_B a_B$$

$$2 m_A g \sin 30^\circ - 0,4 (2 m_A g \cos 30^\circ) = 2 m_A a_B$$

$$a_B = 1,53 \text{ m/s}^2$$

$$x_A - x_B = d \quad \text{Debido a q' se suelta}$$

$$x_A = v_{0A}(t-1) + \frac{1}{2} a_A (t-1)^2$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2$$

reemplazando:

$$\frac{1}{2} a_A (t-1)^2 - \frac{1}{2} a_B t^2 = d$$

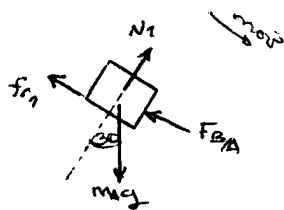
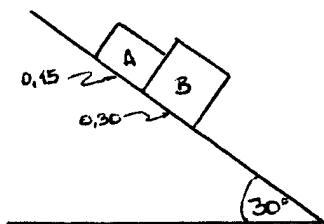
$$d = \frac{1}{2} (3,26)(5^2) - \frac{1}{2} (1,53)(6^2)$$

$$\Rightarrow d = 13,21 \text{ [m]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

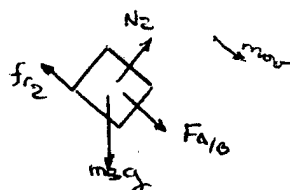
29.- Dos bloques A y B se deslizan hacia abajo de un plano inclinado, que forma un ángulo de 30° con la horizontal, bajo la acción de la gravedad. Si las masas de los bloques son: $M_A = 5\text{Kg}$ y $M_B = 10\text{Kg}$ y los coeficientes de rozamiento entre ellos y el plano son 0,15 y 0,30 respectivamente. Determinar la fuerza F que se ejercen los bloques durante el movimiento.



$$\sum \vec{F}_x = m_A a$$

$$m_A g \sin 30 - \mu_1 m_A g \cos 30 - F_{B/A} = m_A a$$

①



$$\sum \vec{F}_x = m_B a$$

$$F_{A/B} + m_B g \sin 30 - \mu_2 m_B g \cos 30 = m_B a$$

②

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}$$

$$m_A g \sin 30 - \mu_1 m_A g \cos 30 + m_B g \sin 30 - \mu_2 m_B g \cos 30 = a (m_A + m_B)$$

$$a = \frac{m_A g \sin 30 - \mu_1 m_A g \cos 30 + m_B g \sin 30 - \mu_2 m_B g \cos 30}{m_A + m_B}$$

$$a = 2,83 \text{ m/s}^2 //$$

$$F_{B/A} = m_A g \sin 30 - \mu_1 m_A g \cos 30 - m_A a$$

$$F_{B/A} = 50 \sin 30 - 0,15 \times 50 \cos 30 - 5 \times 2,83$$

$$F_{B/A} = 4,35 \text{ [N]} = F_{A/B} //$$



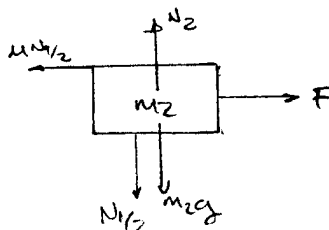
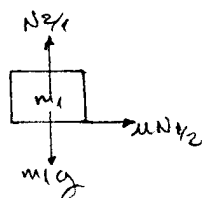
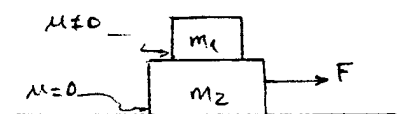
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

30.-En el sistema de la figura, Determinar:

30.1.-La aceleración del sistema, si el bloque m_1 se mueve junto con el bloque m_2 (sin deslizar sobre este), cuando actúa $\vec{F}$.

30.2.-La $\vec{F}$ mínima que se debe aplicar sobre m_2 , para que el bloque m_1 empiece a deslizar respecto a m_2 .

30.1)



$$\sum \vec{F}_x = m_1 a$$

$$\mu N_{1/2} = m_1 a \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N_{1/2} = m_1 g \quad (2)$$

(2) en (1)

$$\mu m_1 g = m_1 a \quad (3)$$

$$(3) + (6) \Rightarrow F = m_1 a + m_2 a \quad (7)$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} //$$

30.2) en (3) $\mu m_1 g = m_1 a_1$
 $a_1 = \mu g$

$$F_{\min} = m_1 a_1 + m_2 a_2$$

$$F_{\min} = m_1 \mu g + m_2 \frac{F}{m_1 + m_2}$$

en (6): $F = m_2 a_2 + \mu m_1 g$

Si queremos que m_1 empiece a deslizar, va haber un movimiento del bloque m_1 en sentido contrario al bloque m_2 es decir $\vec{a}_{m1} = -\vec{a}_{m2}$ entonces se tiene: $|\vec{a}_2| = |-\vec{a}_1|$

$\Rightarrow$ reemplazando en (6) $F = m_2 a_1 + \mu m_1 g = m_2 \mu g + \mu m_1 g$

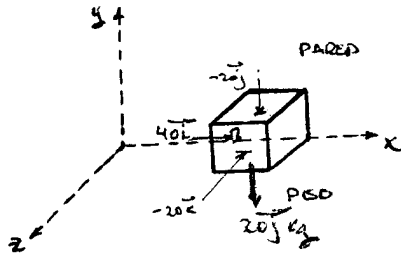
$$F_{\min} = m_1 \mu g + m_2 \frac{\mu g (m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2)} = \mu m_1 g + \mu m_2 g$$

$$F_{\min} = \mu g (m_1 + m_2) //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

31.-Cuál es la aceleración con que se mueve el bloque que se encuentra en la esquina de la figura en contacto con el piso y la pared vertical. Si su peso es de 20 Kg y está actuando sobre la partícula una fuerza $\vec{F} = 40\vec{i} - 20\vec{j} - 20\vec{k}$ Kg.

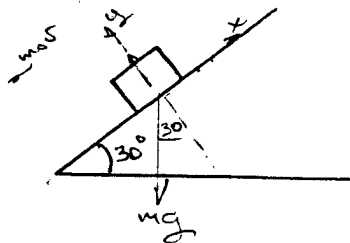


De acuerdo a la figura la aceleración con que se mueve el bloque es en la dirección x ya que las otras direcciones son impedidas al moverse debido al piso y la pared.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{40}{20} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} \text{ [m/s}^2\text{]} //$$

32.-Un cuerpo deberá emplear teóricamente 8 segundos en resbalar por un plano inclinado 30° con relación al piso, pero debido a la presencia del rozamiento emplea 12 segundos. Determinar el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano.



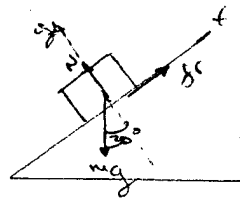
$$\sum \vec{F}_x = m \cdot a$$

$$mg \sin 30 = m \cdot a$$

$$a = g \sin 30$$

$$d_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$d_1 = \frac{1}{2} (g \sin 30) (8^2)$$



$$\sum \vec{F}_x = m \cdot a$$

$$mg \sin 30 - \mu mg \cos 30 = m \cdot a'$$

$$a' = g \sin 30 - \mu g \cos 30$$

$$d_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} a' t_2^2$$

$$d_2 = \frac{1}{2} (g \sin 30 - \mu g \cos 30) (12^2)$$

$$d_1 = d_2$$

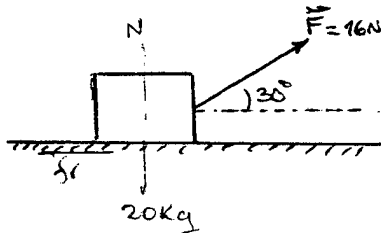
$$\frac{1}{2} (g \sin 30) (8^2) = \frac{1}{2} (g \sin 30 - \mu g \cos 30) \times 12^2$$

$$\rightarrow \mu = 0,32 //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

33.-Un bloque de masa 20 Kg es halado con una fuerza de 16 Newtons que forma un ángulo de 30° con la horizontal, moviéndose con velocidad constante sobre un tablero horizontal. Determinar el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el tablero.



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$F \cos 30 - \mu N_2 = 0 \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N + F \sin 30 = 200$$

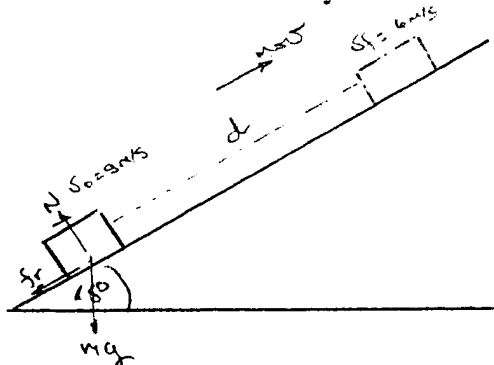
$$N_2 = 200 - F \sin 30 \quad (2)$$

(2) en (1) :

$$F \cos 30 - \mu (200 - F \sin 30) = 0$$

$$\mu = \frac{F \cos 30}{200 - F \sin 30} = 0,0721 //$$

34.-Determinar la distancia recorrida por un bloque desde el punto en que su velocidad es 9 m/s, hasta cuando es de 6 m/s, si sube por un plano inclinado 15° sobre la horizontal y su coeficiente de rozamiento es 0,3 (cinético).



$$\sum \vec{F}_x = m a$$

$$\mu m g \sin 15 + m g \sin 15 = m a$$

$$a = \mu g \sin 15 + g \sin 15$$

$$a = 3,36 \text{ m/s}^2$$

$$v_f^2 = v_0^2 - 2 a d$$

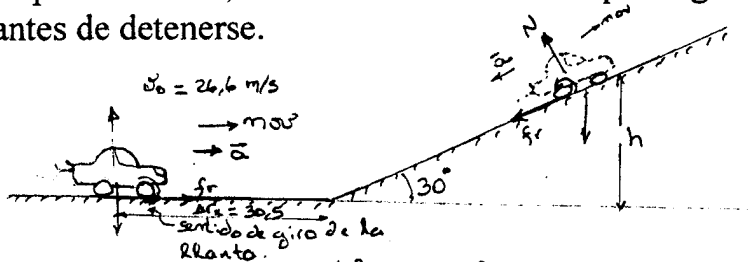
$$6^2 = 9^2 - 2 (3,36) (d)$$

$$\rightarrow d = 6,7 \text{ [m]} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

35.-Un auto se mueve con una velocidad de 96 Km/h a lo largo de una carretera horizontal, cuando está a una distancia de 30,5 m de una rampa que forma un ángulo de 30° con la horizontal; si el coeficiente de rozamiento entre las dos superficies es 0,5 determine la altura a la que llegará el móvil sobre la rampa antes de detenerse.

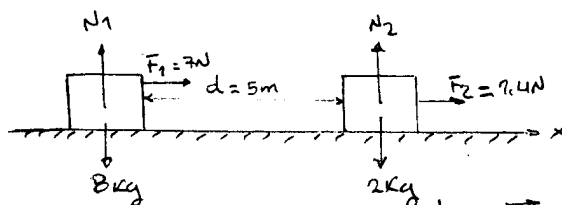


I tramo:
 $\vec{U}_{mov} = \vec{U}_0$ (M.R.U.V.R)
 $\sum \vec{F}_x = m \cdot a$
 $-\mu \cdot g = m \cdot a$
 $a = -\mu g$
 $v_f^2 = v_0^2 + 2 a \Delta r_x$

$v_f^2 = (26.6)^2 - 2 \mu g (30.5)$
 $v_f^2 = v_0^2 = 20.29$
 II tramo: $\vec{U}_{a1} = -\vec{U}_{mov}$ (M.R.U.V.R)
 $\sum \vec{F}_x = m \cdot a$
 $m g \sin 30 + \mu m g \cos 30 = m a$
 $a' = g \sin 30 + \mu g \cos 30$
 $a' = 9.143 \text{ m/s}^2$

$v_f^2 = v_0^2 - 2 a' d$
 $0 = 20.29^2 - 2 (9.143) d$
 $d = 22.51 \text{ m}$
 $h = d \sin 30 = 11.25 \text{ m}$

36.-Dos cuerpos con masas de 8 Kg y 2Kg respectivamente, se encuentran en reposo uno al lado del otro, sobre una mesa pulida (rozamiento despreciable), la masa de 8 Kg es acelerada partiendo del reposo, por medio de una fuerza de 7 Newtons y la de 2 Kg es acelerada de igual manera y en la dirección de la primera, pero con una fuerza de 1,4 Newts. Ambos cuerpos empiezan a acelerarse en el mismo instante. Qué tiempo transcurrirá hasta que los dos cuerpos se encuentran separados 5 m?



$\sum \vec{F}_{1x} = m_1 a_1$
 $7 = 8 a_1$
 $\hookrightarrow a_1 = 0.875 \text{ m/s}^2$

$\sum \vec{F}_{2x} = m_2 a_2$
 $1.4 = 2 a_2$
 $\hookrightarrow a_2 = 0.7 \text{ m/s}^2$

$d_1 = \frac{1}{2} (0.875) t^2$

$d_2 = \frac{1}{2} (0.7) t^2$

$d_1 - d_2 = 5$

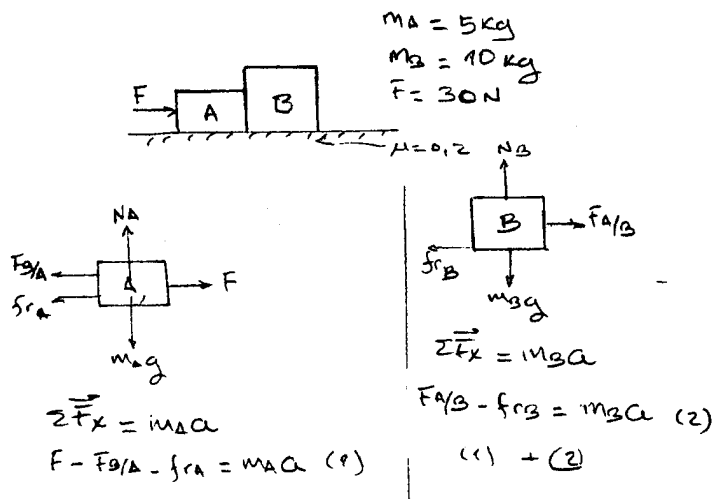
$\frac{1}{2} (0.875) t^2 - \frac{1}{2} (0.7) t^2 = 5$

$\hookrightarrow t = 7.6 \text{ [seg]}$



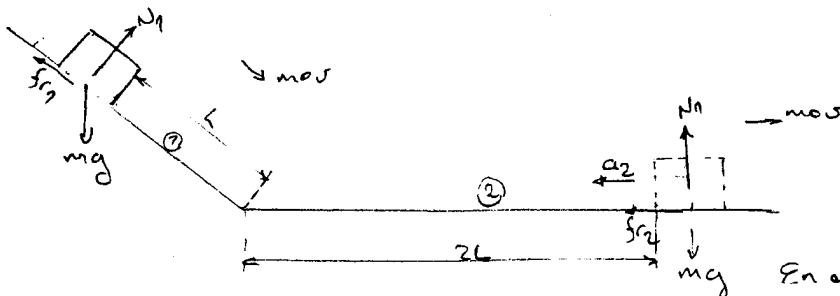
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

37.-Si en el problema N° 24 resuelto el coeficiente de fricción de cada bloque y la superficie es 0,2. Determinar la acción del bloque B sobre el bloque A.



$$\begin{aligned}
 (1) + (2) \\
 F - f_{rA} - f_{rB} &= a(m_A + m_B) \\
 a &= \frac{F - f_{rA} - f_{rB}}{m_A + m_B} \\
 a &= \frac{30 - \mu m_A g - \mu m_B g}{m_A + m_B} = 0 \\
 \text{en (1)} \\
 F - F_{B/A} - f_{rA} &= 0 \\
 F_{B/A} &= F - f_{rA} = 30 - \mu m_A g \\
 F_{B/A} &= 20 \text{ [N]} //
 \end{aligned}$$

38.-Un cuerpo desliza: primero a lo largo de un plano inclinado un ángulo de 30° y luego continúa moviéndose sobre el plano horizontal. Determinar el coeficiente de rozamiento, si se sabe que el cuerpo recorre en el plano horizontal el doble de la distancia que el plano inclinado.



En el Tramo I:

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N = mg \cos 30$$

$$\sum \vec{F}_x = m a_1$$

$$mg \sin 30 - f_r = m a_1$$

$$mg \sin 30 - \mu mg \cos 30 = m a_1$$

$$a_1 = g (\sin 30 - \mu \cos 30)$$

$$v_{f1}^2 = v_{i1}^2 + 2 a_1 L$$

$$v_{f1}^2 = 2 g L (\sin 30 - \mu \cos 30)$$

donde $v_{f1} = v_{i2}$

En el Tramo II:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow N_2 = mg$$

$$\sum \vec{F}_x = m a_2$$

$$\mu mg = m a_2$$

$$a_2 = \mu g$$

$$v_{f2}^2 = v_{i2}^2 - 2 a_2 (2L)$$

$$0 = (2 g L (\sin 30 - \mu \cos 30)) - 4 \mu g L$$

$$(\sin 30 - \mu \cos 30) = 2 \mu$$

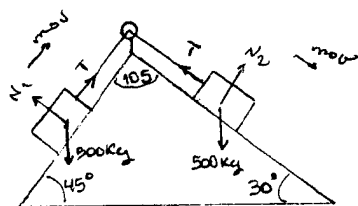
$$\sin 30 = \mu (\cos 30 + 2)$$

$$\Rightarrow \mu = 0,174 //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

39.- Dos objetos de 500Kg cada uno se atan con una cuerda y se cuelgan de una polea sin rozamiento situada en la parte alta de un doble plano inclinado. Uno de los lados del plano forma un ángulo de 45° con la horizontal y el otro forma 30° con la misma línea. De ésta manera se forma un ángulo de 105° en la parte alta donde se halla la polea. Cuál es la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.



$$\sum \vec{F}_{x1} = m a_s$$

$$500 \sin 45 - T = 500 a_s \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_{x2} = m a_s$$

$$T - 5000 \sin 30 = 500 a_s \quad (2)$$

$$(1) + (2)$$

$$500 \sin 45 - 500 \sin 30 = a_s (500 + 500)$$

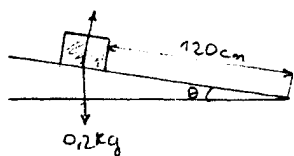
$$a_s = 1.035 \text{ m/s}^2$$

en (2):

$$T = 500 (1.035) + 5000 \sin 30$$

$$T = 3017.5 \text{ [N]}$$

40.- Un cuerpo de masa 200 grs, parte del reposo y desliza hacia abajo sobre un plano inclinado liso; si recorre 120 cm durante el tercer segundo. Determinar el ángulo de inclinación del plano inclinado.



$$\sum \vec{F}_x = m a$$
$$m g \sin \theta = m a$$

$$a = g \sin \theta \quad (1)$$

$$(2) \text{ en } (1)$$

$$\sin \theta = \frac{a}{g} = \frac{0.266}{10}$$

$$\hookrightarrow \theta = 1.6^\circ //$$

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

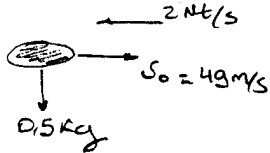
$$1.2 = \frac{1}{2} a (3^2)$$

$$a = 0.266 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

41.- Una bala cuyo peso es de 0,5 Kg se lanza en un medio homogéneo que le ofrece una resistencia de 2 Nt/s. Cuántos segundos tardará en pararse si su velocidad inicial es de 49 m/s.



$$f_r = m a$$

$$2t = 0,5 a$$

$$a = \frac{2t}{0,5} \quad (1)$$

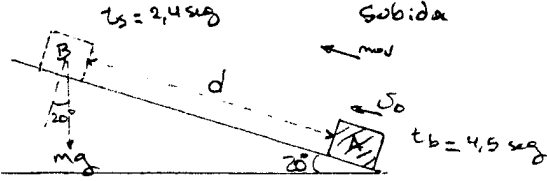
$$v_f = v_0 - at \quad (2)$$

① en ②

$$0 = v_0 - \left(\frac{2t}{0,5}\right)t$$

$$t_{\text{pararse}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = 3,5 \text{ [seg]} //$$

42.- Se lanza un cuerpo con cierta velocidad inicial v_0 al comienzo de un plano inclinado 20° con la horizontal. El bloque llega a subir hasta una posición B y luego regresa, pasando nuevamente por la posición de partida. Si el tiempo empleado en la subida es 2,4 segundos y en la bajada 4,5 segundos. Determinar la distancia que recorre el cuerpo sobre el plano y las velocidades de partida y de regreso en la segunda pasada del cuerpo por su posición de partida.



$$\sum F_x = m a$$

$$m g \sin 20 = m a$$

$$a = g \sin 20$$

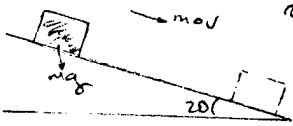
$$a = 3,42 \text{ m/s}^2$$

$$v_{f \text{ subida}} = v_0 - a t_s$$

$$v_{0 \text{ partida}} = 3,42(2,4) = 8,20 \text{ m/s}$$

$$v_{0 \text{ partida}} = 8,20 \text{ (m/s)} //$$

$$v_f^2 = v_0^2 - 2 a d \Rightarrow d = \frac{v_0^2}{2 a}$$

$$d = \frac{8,20^2}{2(3,42)} = 9,83 \text{ [m]} //$$


$$\sum F_x = m a$$

$$m g \sin 20 = m a$$

$$a = 3,42 \text{ m/s}^2$$

$$v_f = v_0 + a t$$

$$v_{f \text{ bajada}} = 3,42(4,5) = 15,39 \text{ m/s}$$

$$v_{f \text{ bajada}} = 15,39 \text{ m/s} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

43.-Un cuerpo se mueve sobre una superficie horizontal bien grande y sin rozamiento; a un tiempo $t=0$ cuando su velocidad es $9\vec{i} + 3\vec{j}$ m/s actúa sobre él una fuerza $\vec{F} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ Newtons. Si la masa del cuerpo es 1 Kg. Después que han transcurrido 5 segundos. Determinar:

43.1.-La magnitud y dirección de la velocidad.

43.2.-La aceleración lineal o tangencial.

43.3.-La aceleración normal.

$$|\vec{v}_0| = 9,48 \text{ m/s}$$

$$\vec{F} = 3\vec{i} - 3\vec{j} \text{ [N]}$$

$$m = 1 \text{ Kg}$$

$$\Delta t = 5 \text{ seg}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{3\vec{i} - 3\vec{j}}{1} = 3\vec{i} - 3\vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_t = 0,707\vec{i} - 0,707\vec{j} ; \vec{a}_n = \vec{a}_0$$

$$43.1) \vec{v}_0 = 0,948\vec{i} + 0,316\vec{j} \Rightarrow \vec{v}_0 \neq \vec{a}_t \text{ Mov. Curvilíneo.}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$\vec{v} = (9\vec{i} + 3\vec{j}) + (3\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot 5$$

$$\vec{v} = 24\vec{i} - 12\vec{j} \text{ (m/s)}$$

$$43.2) \vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{v^2} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{a}_t = \frac{(3\vec{i} - 3\vec{j}) \cdot (24\vec{i} - 12\vec{j})}{26,83^2} (24\vec{i} - 12\vec{j})$$

$$\vec{a}_t = 3,6\vec{i} - 1,8\vec{j} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$43.3) \vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$$

$$\vec{a}_n = (3\vec{i} - 3\vec{j}) - (3,6\vec{i} - 1,8\vec{j})$$

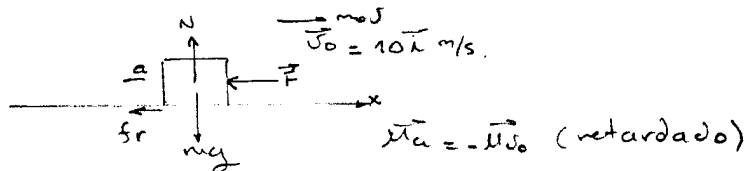
$$\vec{a}_n = -0,6\vec{i} - 1,2\vec{j} \text{ [m/s}^2\text{]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

44.-Un cuerpo de masa 10 Kg se mueve sobre una superficie horizontal. La fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque es $\vec{f}_r = -5\vec{i}$ N. En el instante $t=0$ su velocidad es $\vec{v}_0 = 10\vec{i}$ m/s y se le aplica una fuerza adicional $\vec{F} = -15\vec{i}$ N. Determinar:

- 44.1.-La velocidad del cuerpo en función de $\vec{i}, \vec{j}$, para $t=7$ (s).
 44.2.-La velocidad media escalar luego de 6 (s).
 44.3.-El coeficiente de rozamiento.
 44.4.-La fuerza de rozamiento en función de $\vec{i}, \vec{j}$, para $t=5$ (s).
 44.5.-La fuerza de rozamiento en función de $\vec{i}, \vec{j}$ para $t=6$ (s).



$$\begin{aligned} 44.1) \quad \sum \vec{F}_x &= m\vec{a} \\ 15 + 5 &= 10a \\ a &= 2 \text{ m/s}^2 \\ \Rightarrow \vec{a} &= -2\vec{i} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_{7s} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t_7 \\ \vec{v}_{7s} &= 10\vec{i} - 2\vec{i}(7) \\ \vec{v}_{7s} &= -4\vec{i} \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 44.2) \quad \vec{v}_6 &= \vec{v}_0 + \vec{a}t_6 \\ \vec{v}_6 &= 10\vec{i} - 2\vec{i}(6) \\ \vec{v}_6 &= -2\vec{i} \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 44.3) \quad f_r &= \mu N \\ 5 &= \mu mg \\ \mu &= \frac{5}{mg} = 0.05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 44.4) \quad \vec{v}_{f5} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{v}_{f5} &= 10\vec{i} - 2\vec{i}(5) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_x &= m\vec{a} \\ -15\vec{i} + \vec{f}_r &= 10 \left(\frac{\vec{v}_f^0 - \vec{v}_0}{\Delta t} \right) \\ -15\vec{i} + \vec{f}_r &= 10 \left(\frac{-10\vec{i}}{5} \right) \\ \vec{f}_r &= -5\vec{i} \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$44.5) \quad \vec{v}_{f6} = 10\vec{i} - 2\vec{i}(6) = -2\vec{i}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_x &= m\vec{a} \\ \text{Se detiene: } \vec{v}_f^0 &= \vec{v}_0 - at_1 \\ t_1 &= 5 \text{ seg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tiempo de regreso: } t_2 &= 6 - 5 = 1 \text{ seg (M.R.U.V.a)} \\ \sum \vec{F}_x &= m \left(\frac{\vec{v}_{f2} - \vec{v}_{f2}^0}{\Delta t} \right) \quad \mu \vec{v}_f = \vec{a} \end{aligned}$$

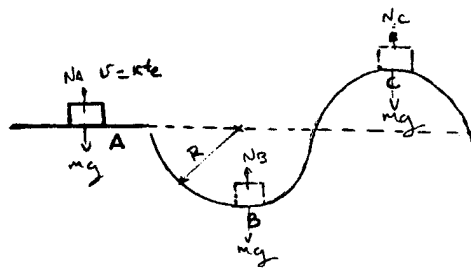
$$15 + f_r = 10 \left(\frac{2}{1} \right)$$

$$\begin{aligned} f_r &= 5 \\ \vec{f}_r &= 5\vec{i} \text{ [N]} \end{aligned}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

45.-Un móvil se desliza con rapidez constante sobre la pista de la figura, determinar si la magnitud de la fuerza normal es igual o diferente en los puntos A, B y C. En caso de ser diferente en qué punto o puntos, tendrá su mayor valor.



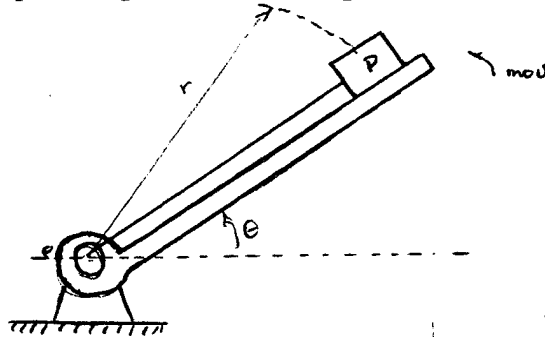
$$B: \vec{F}_C = m \frac{v^2}{R} \vec{j}$$

$$C: \vec{F}_C = -m \frac{v^2}{R} \vec{j}$$

$$A: \sum F_c = m a_c^0$$

$$F_c = 0$$

46.-Un cursor P que pesa 8 Kg descansa sin rozamiento en el brazo que gira en un plano vertical con una velocidad angular que aumenta 2 rad/seg cada segundo. El movimiento radial del cursor está controlado por una ligera cuerda. Determinar la fuerza que el brazo ejercerá sobre el cursor y la tensión en la cuerda para la posición en la que $\theta = 30^\circ$, $\omega = 6 \text{ rad/s}$, $r = 0,5 \text{ m}$.



$$\theta = 30^\circ$$

$$P = 8 \text{ Kg}$$

$$\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$$

$$r = 0,5 \text{ m}$$

$$\sum F_{tg} = m a_t$$

$$N - mg \cos 45 = m a_t$$

$$N = m a_t + mg \cos 45$$

$$a_t = \alpha \cdot R = 2(0,5) = 1 \text{ m/s}^2$$

$$N = 8 + 1 + 80 \cos 45 = 64,56 \text{ [N]}$$

$$N = 64,56 \text{ [N]}$$

$$\sum F_c = m a_c$$

$$mg \sin 30 + T = m \omega^2 r$$

$$T = m \omega^2 r - mg \sin 30$$

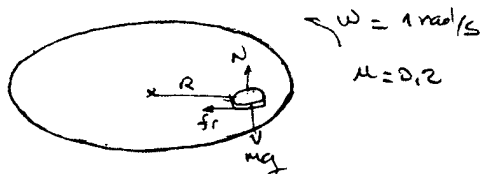
$$T = 8(6^2) \times 0,5 - 80 \sin 30$$

$$T = 104 \text{ [N]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

47.-Una moneda de masa m está colocada sobre el disco, que gira con velocidad constante de 1 rad/s . Si el coeficiente de rozamiento es $0,2$. Cúal debe ser la distancia mínima a la que se debe colocar la moneda respecto del centro del disco, para que no deslice respecto a este.



$$\sum F_c = m a_c$$

$$f_r = m \omega^2 R$$

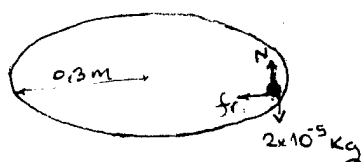
$$\mu m g = m \omega^2 R$$

$$R = \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{0,2 \times 10}{(1)^2} = 2 \text{ [m]} //$$

48.-El plato giratorio de un tocadisco gira a $33 \frac{1}{3} \text{ RPM}$, a una distancia de $0,30 \text{ m}$ del eje se encuentra una pulga de masa $2,0 \times 10^{-5} \text{ Kg}$. Determinar:

48.1.-La fuerza neta que actúa sobre la pulguita.

48.2.-El coeficiente de rozamiento entre el plato y la pulguita, para que ésta no salga despedida.



$$\omega = 33 \frac{1}{3} = \frac{100}{3} \text{ RPM.}$$

$$\hookrightarrow \omega = \frac{100}{3} \left(\frac{2\pi}{60} \right) = 3,5 \text{ rad/s.}$$

$$48.1) \quad \sum F_{\text{net}} = F_c = m \frac{v^2}{R}$$

$$v = \omega \cdot R = 3,5 \times 0,3 = 1,05 \text{ m/s}$$

$$F_c = 2 \times 10^{-5} \left(\frac{1,047^2}{0,3} \right) = 7,3 \times 10^{-5} \text{ [N]} //$$

$$48.2) \quad f_r = m \frac{v^2}{R}$$

$$\mu m g = m \frac{v^2}{R}$$

$$\mu = \frac{v^2}{g R} = \frac{1,047^2}{10 \times 0,3}$$

$$\mu = 0,365 //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

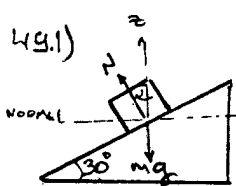
49.-Una curva tiene un ángulo de peralte de 30° y un radio de 100m, si el coeficiente de rozamiento entre los neumáticos y la carretera es de 0,2.

Determinar:

49.1.-El valor de la velocidad óptima con que un auto debería tomar la curva.

49.2.-El rango de velocidad con lo que podría entrar a la curva un auto para que no derrape(resbale lateralmente).

49.3.-Si la masa del auto es de 1000 Kg determinar para el numeral (2) los valores de la fuerza centrípeta en los casos límites.



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$N \cos \alpha - mg = 0$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha} \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_c = m a_c$$

$$N \sin \alpha = m \frac{v_{op}^2}{R}$$

$$N = \frac{m v_{op}^2}{R \sin \alpha} \quad (2)$$

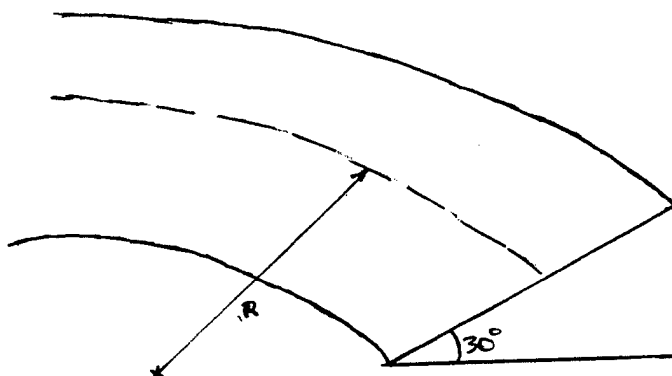
$$(1) = (2)$$

$$\frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{m v_{op}^2}{R \sin \alpha}$$

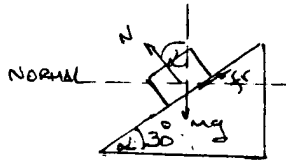
$$v_{op} = \sqrt{\frac{g R \sin \alpha}{\cos \alpha}} = \sqrt{g R \tan \alpha}$$

$$v_{op} = \sqrt{9,8 \times 100 \tan 30} = 23,78 \text{ [m/s]}$$

49.2)



Velocidad mínima:



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$N \cos \alpha + f_r \sin \alpha - mg = 0$$

$$N \cos \alpha + \mu N \sin \alpha - mg = 0$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \quad (1)$$

$$\sum F_c = m a_c$$

$$N \sin \alpha - f_r \cos \alpha = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$N \sin \alpha - \mu N \cos \alpha = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$N = \frac{m v_{\min}^2}{R (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

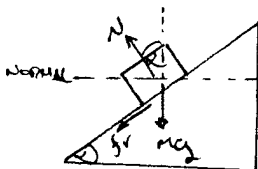
$$\frac{mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = \frac{m v_{\min}^2}{R (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{gR (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}}$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{9.8 \times 100 (\sin 30 - 0.2 \cos 30)}{\cos 30 + 0.2 \sin 30}}$$

$$v_{\min} = 18.2 \text{ m/s.}$$

Velocidad máxima:



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$N \cos \alpha - f_r \sin \alpha - mg = 0$$

$$N \cos \alpha - \mu N \sin \alpha - mg = 0$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \quad (1)$$

$$\sum F_c = m a_c$$

$$N \sin \alpha + f_r \cos \alpha = m a_c$$

$$N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

$$N = \frac{m v^2}{R (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$\frac{mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = \frac{m v_{\max}^2}{R (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{gR (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{9.8 \times 100 (\sin 30 + 0.2 \cos 30)}{\cos 30 - 0.2 \sin 30}} = 29.34 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow 18.2 \leq v \leq 29.34 \text{ [m/s]}$$

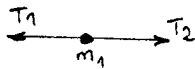
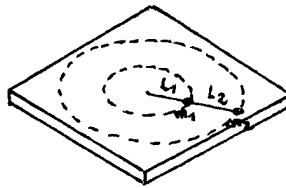
$$49.3) F_{c \min} = m \frac{v_{\min}^2}{R} = 1000 \frac{(18.2)^2}{100} = 3312.4 \text{ [N]}$$

$$F_{c \max} = m \frac{v_{\max}^2}{R} = 1000 \frac{(29.34)^2}{100} = 8608.3 \text{ [N]}$$



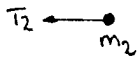
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

50.- Una masa M_1 está sujeta a una cuerda de longitud L , fija por un extremo. La masa se mueve en un círculo horizontal soportada por una mesa pulida. Una segunda masa m_2 se une a la primera mediante una cuerda de longitud L_2 y se mueve también en círculo como se indica en la figura. Determinar la tensión en cada una de las cuerdas cuando las masas giran con una frecuencia de f (rev/seg).



$$\sum \vec{F}_C = m_1 \frac{v_1^2}{r_1} = m_1 \omega^2 r_1$$

$$T_1 - T_2 = m_1 \omega^2 r_1 \quad (1)$$



$$\sum \vec{F}_C = m_2 a_c$$

$$T_2 = m_2 \omega^2 r_2 \quad (2)$$

$$(1) + (2)$$

$$T_1 = m_1 \omega^2 r_1 + m_2 \omega^2 r_2$$

$$T_1 = m_1 \omega^2 L_1 + m_2 \omega^2 (L_1 + L_2)$$

$$T_1 = m_1 (2\pi f)^2 L_1 + m_2 (2\pi f)^2 (L_1 + L_2)$$

$$\Rightarrow T_1 = 4\pi^2 f^2 [m_1 L_1 + m_2 (L_1 + L_2)]$$

$$\Rightarrow T_2 = m_2 \omega^2 (L_1 + L_2)$$

$$T_2 = m_2 (2\pi f)^2 (L_1 + L_2) //$$

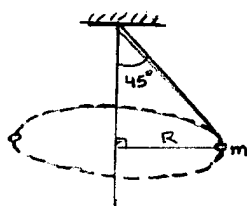


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

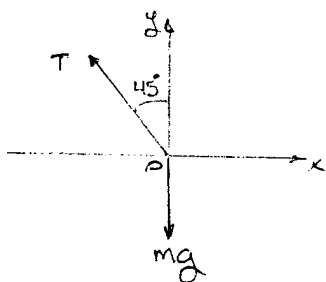
51.- Se hace girar un cuerpo de masa 5 Kg en una circunferencia horizontal como se indica en la figura, sujeta a una cuerda de longitud 2 m y con una velocidad V_0 constante. Si la cuerda forma un ángulo de 45° con la vertical. Calcular:

51.1.- La tensión en la cuerda.

51.2.- El valor de la velocidad del cuerpo V_0 .



$$R = L \sin 45$$
$$R = 1,41 \text{ [m]}$$



51.1)

$$\sum F_y = 0$$

$$T \cos 45 - mg = 0$$

$$T = \frac{mg}{\cos 45} = \frac{50}{\cos 45}$$

$$T = 70,71 \text{ [N]}$$

52.2)

$$\sum F_c = m a_c$$

$$T \sin 45 = m \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{RT \sin 45}{m}$$

$$v^2 = \frac{1,41 \times 70,71 \sin 45}{5}$$

$$\rightarrow v_0 = 3,75 \text{ [m/s]}$$

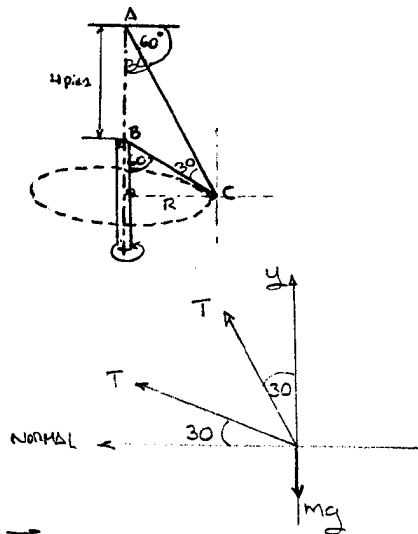


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

52.-Un bloque de masa 10 libras está asegurado a los extremos de los alambres AC y BC, como se indica en la figura. El sistema gira en una circunferencia horizontal con una velocidad constante. Determinar:

52.1.- La magnitud de la velocidad para que la tensión en las dos cuerdas sea la misma.

52.2.- El valor de la tensión.



$$4 \text{ pies} \frac{0.3048}{1 \text{ pie}} = 1.21 \text{ m}$$

$$m = 10 \text{ lb} \frac{0.454 \text{ Kg}}{1 \text{ lb}} = 4.54 \text{ Kg}$$

Sea Seno:

$$\frac{AB}{\text{Sen } 30} = \frac{BC}{\text{Sen } 30}$$

$$BC = 1.21 \text{ m}$$

$$R = 1.21 \cos 30 = 1.047 \text{ [m]}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T \cos 30 + T \sin 30 = mg$$

$$T (\cos 30 + \sin 30) = 4.54 \times 10$$

$$T = 33.23 \text{ [N]}$$

$$\sum F_c = m a_c$$

$$T \sin 30 + T \cos 30 = m \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{RT (\sin 30 + \cos 30)}{m}$$

$$v = 3.23 \text{ [m/s]}$$

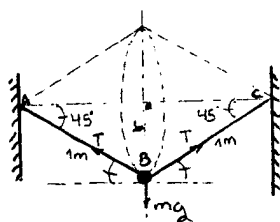
$$52.1) \quad v = 3.23 \text{ [m/s]}$$

$$52.2) \quad T = 33.23 \text{ [N]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

53.-Una pequeña esfera de 10 [N] de peso se sostiene mediante dos cuerdas AB y BC como se muestra en la figura. En la posición mostrada se le comunica a la esfera una velocidad inicial horizontal de 20 m/s para que describa una trayectoria circular vertical. Determinar la tensión en las cuerdas en el punto más bajo de la trayectoria.



$$AB = BC = 1 \text{ m}$$

$$r = 1 \sin 45 = 0,707 \text{ m}$$

$$\sum F_c = m \frac{v^2}{r}$$

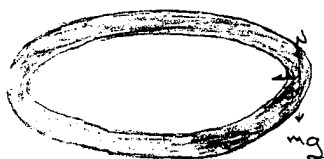
$$T \sin 45 + T \sin 45 - mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$2T \sin 45 - 10 = \frac{20^2}{0,707}$$

Despejo T :

$$\rightarrow T = 407,13 \text{ [N]} //$$

54.-Un motociclista toma una curva con una velocidad de 72 Km/h en una carretera horizontal no peraltada. Si se conoce que el radio de la curva es 50m calcular el valor mínimo del coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el pavimento para que no haya deslizamiento.



$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$R = 50 \text{ m}$$

$$\sum F_c = m a_c$$

$$f_r = m v^2 / R$$

$$\mu mg = m \frac{v^2}{R}$$

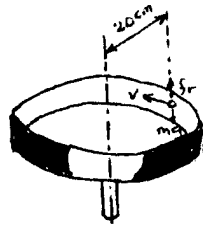
$$\mu = \frac{v^2}{gR} = \frac{20^2}{9,8 \times 50} = 0,816$$

$$\mu = 0,816 //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

55.-El sistema de la figura gira alrededor de un eje vertical con velocidad constante. Conociendo que el coeficiente de rozamiento entre el pequeño bloque A y la pared cilíndrica es 0,2 ; determinar la mínima velocidad V para la cual el bloque permanecerá en contacto con la pared.



$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_y &= 0 \\ f_r - mg &= 0 \\ \mu N &= mg \\ N &= \frac{mg}{\mu} \quad (1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_c &= m \frac{v^2}{R} \\ N &= m \frac{v^2}{R} \quad (2)\end{aligned}$$

$$(1) = (2)$$

$$\frac{mg}{\mu} = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{Rg}{\mu}} = \sqrt{\frac{0,2 \times 10}{0,2}}$$

$$v = 3,16 \text{ [m/s]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

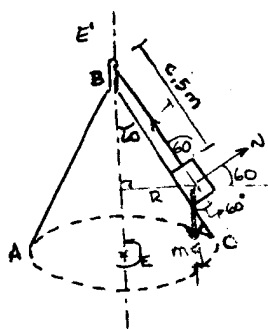
56.-Un bloque de masa 5 Kg se encuentra sobre una superficie cónica lisa ABC, que gira alrededor del eje EE' con una velocidad angular de 10 RPM. Si el bloque no desliza respecto al cono. Calcular:

56.1.-La velocidad lineal del cuerpo.

56.2.-La reacción de la superficie sobre el cuerpo.

56.3.-La tensión de la cuerda.

56.4.-La velocidad angular necesaria para reducir la reacción del plano a cero.



$$55.1) \quad R = 0.5 \cos 30 = 0.43 \text{ m}$$

$$\omega = 10 \left(\frac{2\pi}{60} \right) = 1.047 \text{ m/s}$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$v = (1.047) \times 0.43$$

$$v = 0.45 \text{ m/s} //$$

$$55.2) \quad \sum \vec{F}_c = m a_c$$

$$T \sin 60 - N \cos 60 = m \omega^2 R$$

$$0.866 T - 0.5 N = 5 (1.047)^2 \times 0.43$$

$$0.866 T - 0.5 N = 2.35 \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T \cos 60 + N \sin 60 - mg = 0$$

$$0.5 T + 0.866 N = 50 \quad (2)$$

Resolviendo (1) y (2) :

$$T = 27.03 \text{ [N]}$$

$$N = 42.17 \text{ [N]}$$

$$56.3)$$

$$T = 27.03 \text{ [N]} //$$

$$56.4) \quad \sum \vec{F}_y = 0$$

$$T \cos 60 = mg \quad (N=0)$$

$$\rightarrow T = 100 \text{ [N]}$$

$$\sum \vec{F}_c = m \omega^2 R$$

$$100 \sin 60 = 5 \omega^2 (0.43)$$

$$\hookrightarrow \omega = 6.34 \text{ [rad/s]} //$$



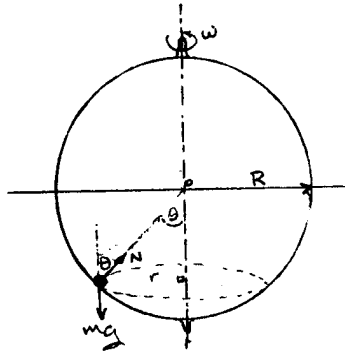
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

58.-Un pequeño cuerpo de masa "m" se encuentra sobre una esfera hueca de radio R, que gira alrededor de un eje vertical con una velocidad angular constante, como se indica en la figura.

58.1.-Dibuje el diagrama de fuerzas que actúan sobre el cuerpo de masa m en la posición indicada.

58.2.-Determine la expresión de la velocidad angular W, en función del radio R, g y θ :

58.3.-Demuestre que por más rápido que gire la esfera hueca es imposible que el cuerpo de masa "m", alcance el diámetro horizontal de la esfera.



58.2) $r = R \sin \theta$

$$\vec{F}_c = m \omega^2 r$$

$$N \sin \theta = m \omega^2 (R \sin \theta) \quad (1)$$

(2) en (1) :

$$\frac{mg}{\cos \theta} \cdot \sin \theta = m \omega^2 R \sin \theta$$

$$\omega^2 = \frac{g}{R \cos \theta}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R \cos \theta}} //$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N \cos \theta = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos \theta} \quad (2)$$

58.3) Para que alcance el diámetro horizontal θ tiene que ser igual $\theta = 90^\circ$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R \cos 90^\circ}} = \sqrt{\frac{g}{0}} = \infty$$

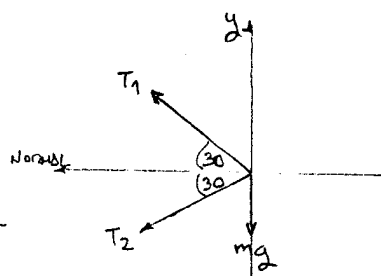
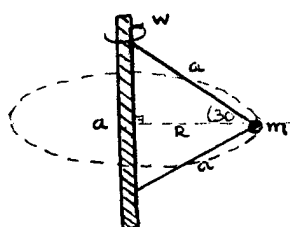
$$\omega \rightarrow \infty$$

$\Rightarrow$ Es imposible que alcance el diámetro horizontal, ya que tenemos velocidad angular infinita.



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

57.-Una bola de masa "m" está unida mediante dos hilos, a una varilla vertical giratoria, tal como se representa en la figura. Suponiendo que la velocidad angular de la varilla ω , es igual a la de la bola la cual describe una trayectoria circular horizontal alrededor de la primera, y que el valor de ω es el necesario para mantener tensos los hilos. Calcular la tensión que soporta cada uno de ellos, en función de los parámetros que intervienen.



$$R = a \cos 30 = 0,866a$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T_1 \sin 30 = T_2 \sin 30 + mg$$

$$0,5T_1 = 0,5T_2 + mg$$

$$T_1 = \frac{0,5T_2 + mg}{0,5} \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_c = m a_c$$

$$T_1 \cos 30 + T_2 \cos 30 = m \omega^2 R \quad (2)$$

① en ②

$$\left(\frac{0,5T_2 + mg}{0,5} \right) \cos 30 + T_2 \cos 30 = m \omega^2 (0,866a)$$

Despejo T_2 :

$$\Rightarrow T_2 = 0,5a\omega^2 - mg$$

$$\therefore T_2 = m(0,5a\omega^2 - g) //$$

Reemplazando T_2 en ①

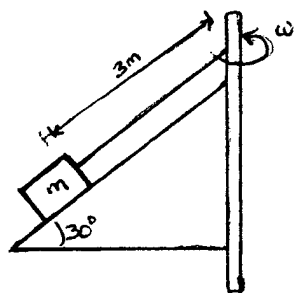
$$T_1 = 0,5(a\omega^2 + 2mg)$$

$$\therefore T_1 = \frac{m(a\omega^2 + 2g)}{2} //$$



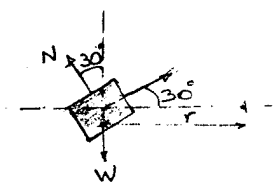
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

59.-Un pequeño cuerpo de masa 1 Kg descanza sobre un plano inclinado, que gira alrededor de un eje vertical con una velocidad angular constante de 20 RPM. Si el cuerpo está unido al eje de rotación por medio de una cuerda, como se indica en la figura, y se considera despreciable el rozamiento entre el cuerpo y el plano. Calcule la tensión en la cuerda.



$$\omega = 20 \left(\frac{2\pi}{60} \right) = 2.09 \text{ (rad/s)}$$

$$r = 3 \cos 30 = 2.59 \text{ m}$$



$$\sum \vec{F}_c = m a_c$$

$$T \cos 30 - N \sin 30 = m \omega^2 r \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T \sin 30 + N \cos 30 - 10 = 0$$

$$N = \frac{10}{\cos 30} - \frac{T \sin 30}{\cos 30} \quad (2)$$

② en ①

$$T \cos 30 - \left(\frac{10}{\cos 30} - \frac{T \sin 30}{\cos 30} \right) \sin 30 = 1 (2.09)^2 \times 2.59$$

$$T = 14.79 \text{ [N]}$$

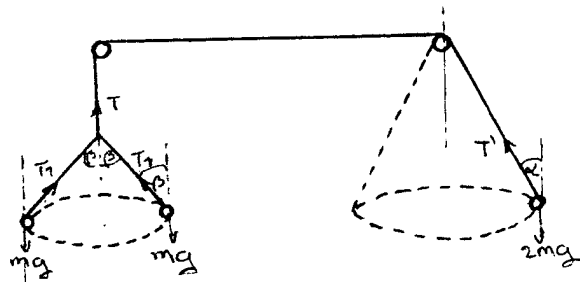


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

60.-En los extremos de un hilo que pasa a través de dos clavos están sujetos los pesos (como se indica la figura) que se mueve circularmente. A la izquierda están dos pesas de masa m cada una, a la derecha un peso de masa $2m$. Determinar:

60.1.-Si el sistema estará o no en equilibrio (es decir el hilo en su parte horizontal se mueve o no hacia uno de los extremos).

60.2.-Si el sistema estará o no en equilibrio si solamente la rama izquierda (bloques de masa m) giran y la rama derecha (bloque de masa $2m$) está solamente suspendido sin girar.



60.1)

$$\begin{aligned}T_1 \cos \beta &= mg \\T_2 \cos \beta &= mg \\T &= T_1 \cos \beta + T_2 \cos \beta \\T &= mg + mg \\T &= 2mg\end{aligned}$$

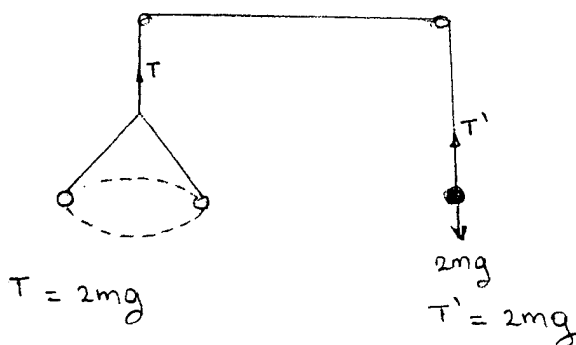
$$T' \cos \alpha = 2mg$$

$$T' = \frac{2mg}{\cos \alpha}$$

$$\Rightarrow T < T'$$

El sistema no está en equilibrio
el peso derecho atraerá su hilo
a su lado.

60.2)



$$T = 2mg$$

$$2mg$$

$$T' = 2mg$$

$$T = T'$$

$\Rightarrow$ Está en equilibrio



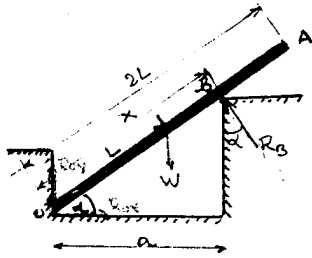
MOMENTO DE UNA FUERZA



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

MOMENTO DE UNA FUERZA.

- 1.-Una varilla uniforme OA de longitud $2L$ de peso W , se apoya en una ranura rectangular como se indica en la figura. Calcular las reacciones en los puntos O y B.



$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_x = 0 &\Rightarrow R_{Ox} - R_B \sin \alpha = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 &\Rightarrow R_{Oy} + R_B \cos \alpha = W\end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} R_B &= \frac{W - R_{Oy}}{\cos \alpha} \quad (1) \\ R_{Ox} &= R_B \sin \alpha \quad (2) \end{aligned} \right\}$$

$$\sum M_O = 0$$

$$R_B(x) - W(L \cos \alpha) = 0$$

$$\text{Pero } x = \frac{a}{\cos \alpha}$$

$$R_B \left(\frac{a}{\cos \alpha} \right) - WL \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

① en ③

$$\left(\frac{W - R_{Oy}}{\cos \alpha} \right) \left(\frac{a}{\cos \alpha} \right) = WL \cos \alpha$$

$$R_{Oy} = W \left(1 - \frac{L \cos^3 \alpha}{a} \right) \quad (4)$$

④ en ①:

$$R_B = \frac{W \left[1 - \left(1 - \frac{L \cos^3 \alpha}{a} \right) \right]}{\cos \alpha} = \frac{WL \cos^2 \alpha}{a} //$$

$$R_{Ox} = \frac{WL \cos^2 \alpha}{a} \cdot \sin \alpha$$

$$R_O^2 = R_{Ox}^2 + R_{Oy}^2 = \frac{W^2 L^2 \cos^4 \alpha}{a^2} \cdot \sin^2 \alpha + W^2 \left(1 - \frac{L \cos^3 \alpha}{a} \right)^2$$

$$R_O = \left[\frac{W^2}{a^2} (L^2 \cos^4 \alpha + a^2 - 2aL \cos^3 \alpha) \right]^{1/2}$$

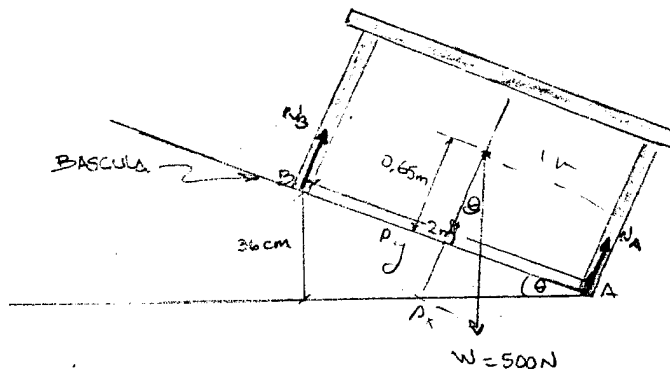
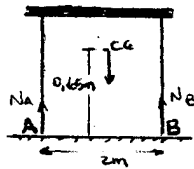
$$R_O = \frac{W}{a} \sqrt{a^2 - 2aL \cos^3 \alpha + L^2 \cos^4 \alpha} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

2.-Una mesa que pesa 50 kg tiene sus patas a una distancia de 2 metros y su centro de gravedad a 0,65 metros del piso. Si levantamos las patas del lado izquierdo de la mesa y la apoyamos sobre una báscula de altura 36 centímetros.

Considerando despreciable toda clase de rozamiento: cuánto marcará la báscula?



$$\begin{aligned}\text{Sen } \theta &= \frac{36}{200} \\ \theta &= 10,36^\circ\end{aligned}$$

$$\sum \tau_B = 0$$

$$-N_B(2) + 500 \cos \theta (1) - 500 \sin \theta (0,65) = 0$$

$$-N_B(2) + 500 \cos 10,37 (1) - 500 \sin 10,37 (0,65) = 0$$

$$N_B = 216,66 \text{ [N]}$$

$$\hookrightarrow N_B = 21,66 \text{ Kg}$$

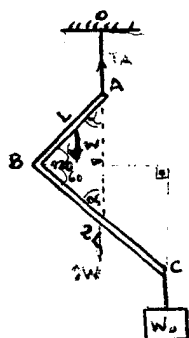
$$P_B = 2 N_B \quad (\text{Debido a que la mesa tiene dos patas en cada lado})$$

$$\therefore \text{Marcará: } 43,32 \text{ Kg} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

- * 3.- Dos barras rígidas homogéneas AB y BC de longitudes L y 2L, de pesos W y 2W respectivamente, están unidas rigidamente en el punto B formando un ángulo de 120° en la posición de equilibrio. El extremo C soporta un peso W_0 como se indica en la figura. Determinar el valor de W_0 , en función de W, si el punto medio de BC se encuentra en la vertical OA.



$$\begin{aligned} 120 + 2\alpha &= 180 \\ \alpha &= 30^\circ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Delta \text{ Isósceles}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$W \left(\frac{L}{2} \cos 60 \right) - W_0 (2L \cos 60 - L \cos 60) = 0$$

$$W \left(\frac{L}{2} \left(\frac{1}{2} \right) \right) - W_0 \left(2L \left(\frac{1}{2} \right) - L \left(\frac{1}{2} \right) \right) = 0$$

$$\frac{W}{4} - W_0 \left(\frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow W_0 = \frac{W}{2} //$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

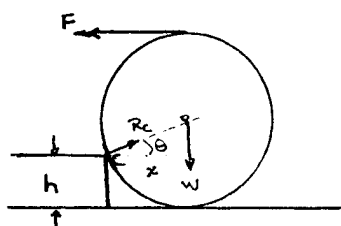
$$T_A - W - 2W - W_0 = 0$$

$$T_A = \frac{7}{2} W //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

4.-Una rueda de peso W está sujeta a la acción de una fuerza horizontal F , para tratar de salvar el obstáculo de altura h , como se indica en la figura. Encuentre el valor de la fuerza F en función del peso de la rueda (W): sabiendo que $h=d/4$ (d es el diámetro de la rueda).



$$h = \frac{d}{4} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{R-h}{R} = \frac{R-\frac{R}{2}}{R} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-W(x) + F(d-h) = 0$$

$$x = \sqrt{R^2 - (R-h)^2}$$

$$x = \sqrt{2Rh - h^2}$$

$$\sum M_C = 0$$

$$F(d-h) - W\sqrt{2Rh - h^2} = 0$$

$$F = \frac{W\sqrt{2Rh - h^2}}{d-h}$$

$$F = \frac{W\sqrt{2Rh - h^2}}{\left(d - \frac{d}{4}\right)}$$

$$F = \frac{4W\sqrt{2Rh - h^2}}{3d}$$

$$F = \frac{4W\sqrt{2R\left(\frac{R}{2}\right) - \left(\frac{R}{2}\right)^2}}{3(2R)}$$

$$F = \frac{2W\sqrt{2R\left(\frac{R}{2}\right) - \left(\frac{R}{2}\right)^2}}{3R}$$

$$F = \frac{2W\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}}}{3R}$$

$$F = \frac{2W\sqrt{(4R^2 - R^2)/4}}{3R}$$

$$F = \frac{\frac{2W}{2}\sqrt{3R^2}}{3R} = \frac{W\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{R}{R}$$

$$F = W \frac{\sqrt{3}}{3} //$$

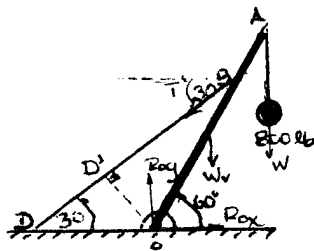


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

* 5.-Una viga uniforme de peso 100 lb (OA) articulada en el punto O, está soportando un peso de 800 lb en el punto A. Para mantener la viga en la posición indicada en la figura se tiene el cable BD. Si OB es igual a $\frac{3}{4}$ de OA. Calcular:

5.1.-La tensión en el cable DB.

5.2.-La reacción en la articulación situada en el extremo inferior de la viga (punto O).



$$W = 800 \text{ lb} = 363,2 \text{ kg}$$

$$W_v = 100 \text{ lb} = 45,4 \text{ kg}$$

$$OB = \frac{3}{4} OA$$

$$OA = L$$

$$6.1) \quad \sum \vec{F}_x = 0 \quad \sum \vec{F}_y = 0$$

$$R_{ox} - T_x = 0 \quad (1) \quad R_{oy} - T_y - W - W_v = 0 \quad (2)$$

$$\sum \vec{C}_O = 0$$

$$T(D'O) - W_v \left(\frac{1}{2} \cos 60 \right) - W (L \cos 60) = 0$$

$$D'O = DB \cos 60$$

$$D'O = \frac{3}{4} L \cos 60$$

$$T \left(\frac{3}{4} L \cos 60 \right) - 45,4 \left(\frac{1}{2} \cos 60 \right) - 363,2 (L \cos 60) = 0$$

$$0,375 T - 11,35 - 181,6 = 0$$

$$T = 514,53 \text{ [kg]} \rightarrow T = 1133,3 \text{ lb}$$

En ①:

$$R_{ox} = T \cos 30 = 445,6 \text{ kg}$$

En ②:

$$R_{oy} = W + W_v + T_y$$

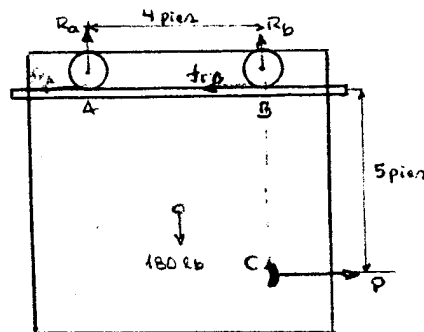
$$R_{oy} = 665,83 \text{ kg}$$

$$\vec{R}_O = 445,6 \vec{i} + 665,83 \vec{j} \text{ [kg]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

- * 6.-Una puerta deslizante de 180 lb de peso está montada sobre un carril horizontal como se indica en la figura. Los coeficientes de rozamiento estáticos entre el carril y la puerta en A y B son: 0,2 y 0,3 respectivamente. Calcular la fuerza horizontal que debe aplicarse a la manija C, para mover la puerta hacia la derecha.



$$\mu_A = 0,2$$

$$\mu_B = 0,3$$

$$W_p = 180 \text{ lb} = 81,72 \text{ kg}$$

$$4 \text{ pies} = 121,92 \text{ cm}$$

$$5 \text{ pies} = 152,4 \text{ cm}$$

$$f_A = 0,2 R_A$$

$$f_B = 0,3 R_B$$

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$-f_A - f_B + P = 0 \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$R_A + R_B = 81,72 \text{ kg} \quad (2)$$

$$\sum \tau_C = 0$$

$$-R_A (1,2192) + W (0,6096) + f_A (1,524) + f_B (1,524) = 0$$

$$-R_A (1,2192) + 81,72 (0,6096) + 0,2 R_A (1,524) + 0,3 R_B (1,524) = 0$$

$$-R_A (1,2192) + 81,72 (0,6096) + 0,2 (1,524) + 0,3 (81,72 - R_A) (1,524) = 0$$

$$\rightarrow R_A = 52,185 \text{ kg}$$

en (2):

$$R_B = 81,72 - 52,185 = 29,53 \text{ kg}$$

en (1):

$$P = f_A + f_B$$

$$P = 0,2 (52,185) + 0,3 (29,53)$$

$$P = 19,3 \text{ kg}$$

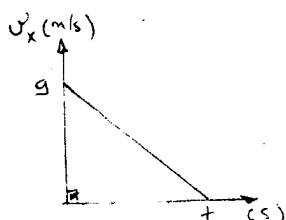
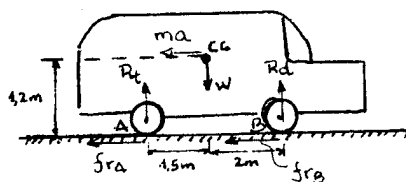
$$\rightarrow P = 42,55 \text{ lb} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

7.-Un camión que marcha a una velocidad constante de 9 m/s se frena bruscamente, inmovilizando sus cuatro ruedas.

La distancia que recorre desde este momento hasta detenerse es 5 metros. Calcular el valor de las reacciones y de las fuerzas de rozamiento en cada rueda durante todo el recorrido, en función del peso del camión W .



$$A_d = \frac{1}{2} (9) (t)$$

$$5 = \frac{1}{2} (9) t \Rightarrow t = 1.11 \text{ seg}$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{-9}{1.11} = -8.1 \text{ m/s}^2$$

$$\sum \tau_A = 0$$

$$2R_d(1.5+2) - W \times 1.5 + ma(1.2) = 0 \quad (1)$$

$$\sum \tau_B = 0$$

$$2R_t(1.5+2) - W(2) - ma(1.2) = 0 \quad (2)$$

$$\text{en } (1): 7R_d - 1.5W + \frac{W}{g}(8.1)(1.2)$$

$$\Rightarrow R_d = \frac{1.5W - 0.972W}{7} = 0.075W //$$

$$\text{en } (2): R_t = \frac{-2W + (1.2)(8.1)\frac{W}{g}}{7} = 0.424W //$$

$$f_{rdelante} = \mu R_d = 0.075W\mu \Rightarrow f_{rd} = 0.0612W //$$

$$f_{ratrás} = \mu R_t = 0.424W\mu \Rightarrow f_{ratr} = 0.345W //$$

$$\sum F_x = ma$$

$$f_{ra} + f_{rb} = \frac{W}{g} a$$

$$2\mu(R_t + R_d) = \left(\frac{8.1}{10}\right)W$$

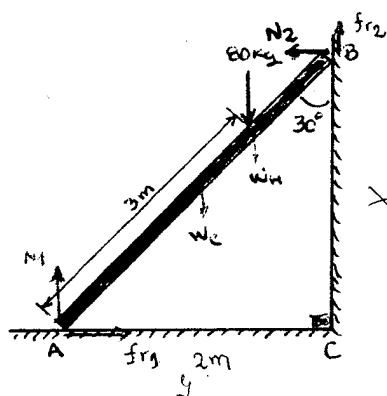
$$2\mu(0.424W + 0.075W) = 0.81W //$$

$$\mu = \frac{0.81}{0.992} = 0.816$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

- * 8.-Una escalera de 4 metros de longitud y 10 Kg de peso está apoyada contra una pared vertical, como se indica en la figura. Cuando un hombre de peso 80 Kg alcanza un punto a 3 m del extremo inferior A la escalera está a punto de resbalar. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre la escalera y la pared es 0,2. Determine el coeficiente de rozamiento entre el piso y la escalera.



$$AC = 4 \sin 30 = 2 \text{ m}$$

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$fr_1 = N_2 \quad (1)$$

Pero la fuerza de rozamiento también es igual:

$$fr_2 = \mu_s N_2 \quad (2)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$fr_2 + N_1 = W_H + W_L \quad (3)$$

$$\sum M_A = 0$$

$$N_2 (\overline{BC}) - W_L (2 \cos 60) - W_H (3 \cos 60) + fr_2 (\overline{AC}) = 0$$

$$N_2 (\overline{BC}) - W_L (2 \cos 60) - W_H (3 \cos 60) + 0,2 N_2 (\overline{AC}) = 0$$

$$N_2 (3,46) - 10 (2 \cos 60) - 80 (3 \cos 60) + 0,2 N_2 (2) = 0$$

$$\hookrightarrow N_2 = 33,67 \text{ Kg}$$

$$fr_1 = 33,67 \text{ Kg}$$

en (3):

$$N_1 = W_H + W_L - 0,2 N_2$$

$$N_1 = 80 + 10 - 0,2 \times 33,67$$

$$N_1 = 83,26 \text{ Kg}$$

en (1):

$$fr_1 = 33,67 = \mu_s (83,26)$$

$$\hookrightarrow \mu_s = 0,40 //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.-Dos escaleras de longitudes 6 m y 4,5 m respectivamente, están articuladas en el punto A y unidas por una cuerda horizontal situada 90 cm por encima del suelo, como se indica en la figura.

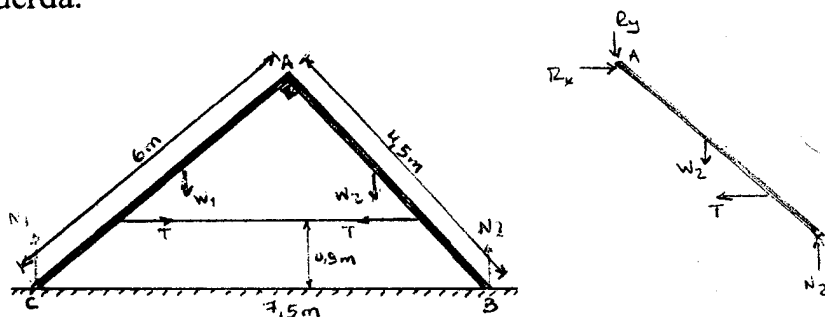
Sus pesos respectivos son: 40 y 30 Kg y el centro de gravedad de cada una se encuentra en sus puntos medios respectivos. Considerando que no existe rozamiento con el suelo. Calcular:

9.1.-La fuerza ejercida en el punto de apoyo de cada escalera.

9.2.-La tensión de la cuerda.

9.3.-La fuerza que una escalera ejerce sobre la otra en el punto A.

9.4.-Si suspende en el punto A un cuerpo de peso 100 Kgf calcule la tensión en la cuerda.



9.1)

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$R_x = T \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$N_1 + N_2 - W_1 - W_2 = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_C = 0$$

$$N_2(7.5) - W_2\left(7.5 - \frac{4.5}{2} \cos 53.13\right) - W_1\left(\frac{6}{2} \cos 36.86\right) + T(0.9) - T(0.9) = 0$$

$$N_2(7.5) - 30(6.15) - 40(2.4) = 0$$

$$N_2 = 37.4 \text{ Kg} //$$

en (2):

$$N_1 = W_1 + W_2 - N_2$$

$$N_1 = 32.6 \text{ Kg} //$$

En la escalera 2:

9.2)

$$\sum M_A = 0$$

$$N_2(4.5 \cos 53.13) - W_2\left(\frac{4.5}{2} \cos 53.13\right) - T(4.5 \sin 53.13 - 0.9)$$

$$37.4(2.7) - 30(1.35) - T(2.7) = 0$$

$$\hookrightarrow T = 22.4 \text{ Kg} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.3) $\sum \vec{F}_x = 0$
 $R_x = T = 22,34 \text{ Kg}$

$$R_A = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R_A = \sqrt{22,34^2 + 7,36^2}$$

$$\therefore R_A = 23,52 \text{ Kg} //$$

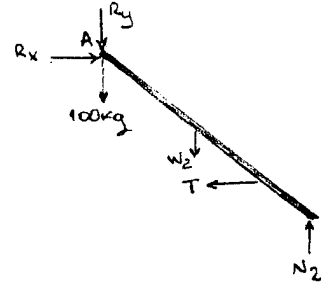
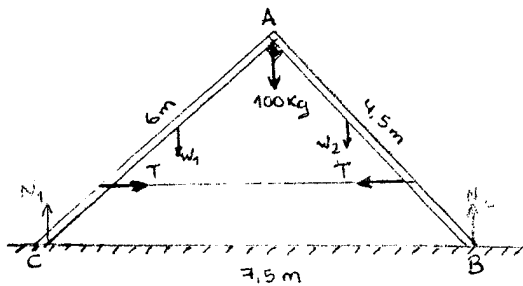
$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$-R_y - W_2 + N_2 = 0$$

$$R_y = N_2 - W_2 = 37,36 \text{ Kg} - 30 \text{ Kg}$$

$$R_y = 7,36 \text{ Kg}$$

9.4)



$$\sum M_C = 0$$

$$N_2 (7,5) - W_2 \left(7,5 - \frac{4,5}{2} \cos 53,13 \right) - W_1 (3 \cos 36,86) + T(0,9) - T(0,9) = 0$$

$$-100 (6 \cos 36,86) = 0$$

$$\Rightarrow N_2 (7,5) - 30 \times 6,15 - 40(2,4) - 480 = 0$$

$$\therefore N_2 = 101,40 \text{ Kg} //$$

$$\sum M_A = 0$$

$$N_2 (4,5 \cos 53,13) - W_2 \left(\frac{4,5}{2} \cos 53,13 \right) - T (11,5 \sin 53,13 - 0,9) = 0$$

$$101,4 (2,7) - 30 (1,35) - T (2,7) = 0$$

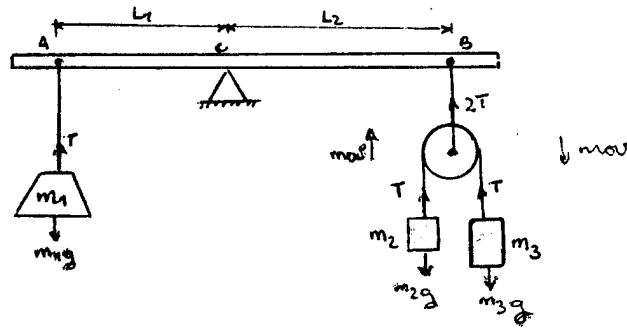
$$\therefore T = 86,4 \text{ Kg} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

* 10.- En el sistema de la figura, si m_3 es mayor que m_2 , demuestre que:

$$m_1(m_2 + m_3) \cdot L_1 = 4m_2 \cdot m_3 \cdot L_2$$



$$\sum \tau_0 = 0$$

$$-m_1 g (L_1) + 2T (L_2) = 0 \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = m_2 a$$

$$T - m_2 g = m_2 a \quad (2)$$

$$\sum \vec{F}_y = m_3 a$$

$$m_3 g - T = m_3 a \quad (3)$$

$$(2) + (3)$$

$$m_3 g - m_2 g = m_2 a + m_3 a$$

$$a = \frac{(m_3 - m_2) g}{(m_2 + m_3)}$$

$$\text{en } (2) \quad T = m_2 (g + a) = m_2 \left(g + \frac{(m_3 - m_2) g}{(m_2 + m_3)} \right)$$

$$T = \frac{2 m_2 m_3}{(m_2 + m_3)} \cdot g$$

en (1) :

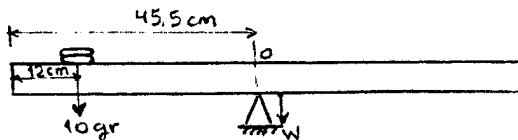
$$-m_1 g (L_1) + 2 \left[\frac{2 m_2 m_3}{(m_2 + m_3)} \cdot g \right] (L_2) = 0$$

$$4 m_2 m_3 L_2 = m_1 (m_2 + m_3) L_1 //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

11.-Una regla de 1 metro de longitud, se equilibra sobre un apoyo en la división 50 cm. Cuando se ponen dos monedas de masa 5 gr cada una en la marca 12 cm se encuentra que la regla en estas condiciones se equilibra con apoyo en la marca 45,5 cm. Calcule la masa de la regla.



$$\sum \tau_o = 0$$

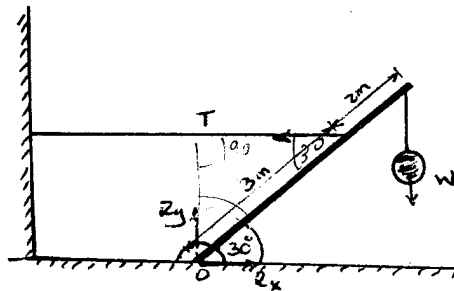
$$(10 \text{ gr})(33,5) - W(4,5) = 0$$

$$W = 74,44 \text{ gr} //$$

* 12.-Si el peso del puntal de la figura es despreciable. Determinar:

12.1.-El peso necesario para producir una tensión de 200 Kg en el cable horizontal.

12.2.-El valor y dirección de la fuerza ejercida sobre el puntal en el extremo inferior.



$$(12.1) \quad \sum \tau_o = 0$$

$$-W(5 \cos 30) + T(3 \sin 30) = 0$$

$$-W(5 \cos 30) + 200(3 \sin 30) = 0$$

$$W = 69,28 \text{ Kg}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$R_x = T$$

$$R_x = 200 \text{ Kg}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_y - W = 0$$

$$R_y = 69,28 \text{ Kg}$$

$$(12.2) \quad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

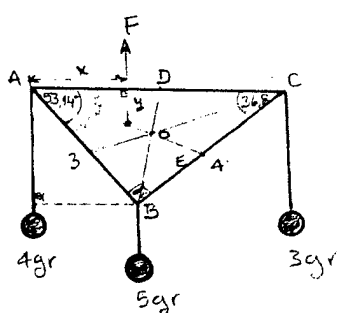
$$R = \sqrt{200^2 + 69,28^2}$$

$$R = 211,65 \text{ Kg} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

13.-De los vértices de un triángulo rectángulo cuyos lados son: 3, 4 y 5 cm penden hilos con pesos cuyo valor en gramos es igual al valor de la longitud del lado opuesto. Si los pesos se mantienen en un mismo plano y perpendiculares a la hipotenusa del triángulo. Determinar el punto de aplicación de F, para que el sistema se mantenga en equilibrio (desprecie el peso del triángulo).



$$\sum F_y = 0$$

$$F - (4gr + 5gr + 3gr) = 0$$

$$F = 12gr$$

$$\sum \tau_A = 0$$

$$-W_B (3 \cos 53.14) - W_C (5) + F(x) = 0$$

$$-5(1.8) - 3(5) + 12(x) = 0$$

$$x = 2 \text{ cm}$$

$$DB^2 = AB^2 + AD^2 - 2\overline{AB}\overline{AD} \cos 53.14^\circ$$

$$DB^2 = 3^2 + 2^2 - 2(3)(2) \cos 53.14$$

$$DB = 2.5 \text{ cm} \rightarrow \overline{OB} = \frac{2}{3} \overline{DB} = 1.66 \text{ cm}$$

$$\overline{AE} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3.6 \text{ cm} \rightarrow \overline{AO} = \frac{2}{3} \overline{AE} = 2.4 \text{ cm}$$

$$\cos \hat{1} = \frac{-2.4^2 + 3^2 - 1.66^2}{2(2.4)(3)} \rightarrow \hat{1} = 33.52^\circ$$

$$\hookrightarrow \hat{2} = 19.6^\circ$$

$$\tan \hat{2} = \frac{y}{x}$$

$$y = 2 \tan 19.6 = 0.712 \text{ cm}$$

$$P(2; -0.712) \text{ cm}$$



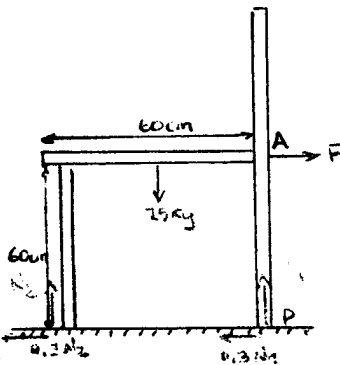
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

* 14.-Una silla ha de ser arrastrada hacia la derecha a velocidad constante sobre una superficie horizontal, siendo el coeficiente de rozamiento dinámico a 0,3 y el peso de la silla 25 Kg.

14.1.-Qué fuerza horizontal es necesaria?

14.2.-Cuál es la fuerza vertical ejercida sobre cada pata si la fuerza que arrastra la silla está ejercida en A?

14.3.-Cuál es la altura máxima a la cual puede ser aplicada la fuerza para que no se produzca el volcamiento de la silla?



$$14.1) \sum \vec{F}_y = 0$$

$$2N_1 + 2N_2 - 25 = 0$$

$$25 = 2(N_1 + N_2) \Rightarrow (N_1 + N_2) = \frac{25}{2} \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$F - 0,3(2N_2) - 0,3(2N_1) = 0 \quad (2)$$

$$F = 0,6(N_1 + N_2) \quad (1) \text{ en } (2):$$

$$F = 0,6\left(\frac{25}{2}\right) = 7,5 \text{ Kg} //$$

$$14.2) \sum \vec{Z}_P = 0$$

$$25(30) - 2N_2(60) - F(60) = 0$$

debido a las
dos patas delanteras

$$25(30) - 2N_2(60) - 7,5(60) = 0$$

$$\hookrightarrow N_2 = 2,5 \text{ Kg} //$$

en (1):

$$\hookrightarrow N_1 = 10 \text{ Kg} //$$

$$14.3) \sum \vec{Z}_P = 0$$

$$25(30) - (2N_2)(60) - F(H) = 0$$

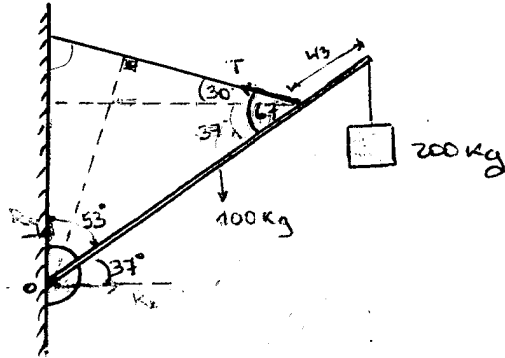
$$25(30) = 7,5 H_{\text{máx}}$$

$$\hookrightarrow H_{\text{máx}} = 100 \text{ [cm]} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

15.-En el sistema de la figura, determine la tensión en la cuerda y las componentes de la fuerza que actúa en el muro. La viga es uniforme y pesa 100 Kg.



$$\sum M_A = 0$$

$$-100 \left(\frac{L}{2} \cos 37^\circ \right) + T \left(\frac{2}{3} L \sin 67^\circ \right) - 200 (L \cos 37^\circ) = 0$$

$$-39.93 + 0.613T - 159.72 = 0$$

$$\Rightarrow T = 325.7 \text{ Kg}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$R_x - T_x = 0$$

$$R_x = T \cos 30^\circ$$

$$R_x = 282 \text{ Kg}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_y + T_y - 100 - 200 = 0$$

$$R_y = 300 - T \sin 30^\circ$$

$$R_y = 137.15 \text{ Kg}$$

$$\vec{R}_0 = 282 \vec{i} + 137.15 \vec{j} \text{ [Kg]}$$

$$|\vec{R}_0| = 313.58 \text{ Kg}$$



TRABAJO Y ENERGIA



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA.

1.-Un motor que tiene un rendimiento del 90% mueve una grúa cuyo rendimiento es del 40%. Con qué velocidad levantará la grúa una masa de 500 Kg, si se aplica al motor una potencia de 5 Kilowatios.

El rendimiento total sera:

$$\eta = 0,9 \times 0,4 = 0,36$$

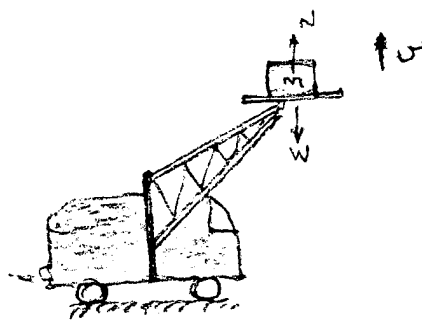
$$P = 0,36 \times 5 \text{ KW} = 1,8 \text{ KW}$$

$$P = F_g \cdot v$$

$$F_g = m \cdot g = 5000 \text{ [N]}$$

$$v = \frac{P}{F_g} = \frac{1800}{5000}$$

$$v = 0,36 \text{ m/s} //$$



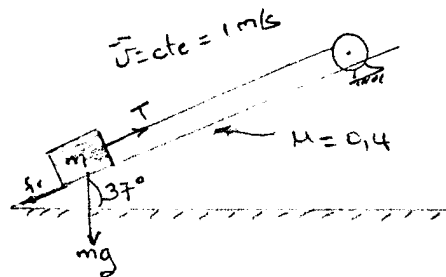


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

2.-Un bloque de masa 100 Kg es halado por una máquina hacia arriba de una colina con velocidad constante de 1 m/s. Si la colina forma un ángulo de 37° con la horizontal y si el coeficiente de fricción es 0,4.

2.1.- Cual es el trabajo neto hecho sobre el bloque al moverse 10 metros hacia arriba de la colina.

2.2.- Cual es la potencia de la máquina en c.v y H.p.



$$2.1) \quad T_{\text{neto}} = \Delta \vec{F}_C \quad \text{porq' } v = \text{cte}$$
$$T_{\text{neto}} = 0 \text{ J}$$

$$2.2) \quad \sum \vec{F}_x = 0$$

$$T - mg \sin 37 - \mu mg \cos 37 = 0$$

$$T = 100(10) \sin 37 - 0,4(100)(10) \cos 37$$

$$T = 921,27 \text{ [N]}$$

$$P = \frac{\text{Trabajo}}{\text{tiempo}} = \frac{T \cdot d}{t} = T \cdot \left(\frac{d}{t} \right) = T \cdot v$$

$$P = 921,27 \text{ W}$$

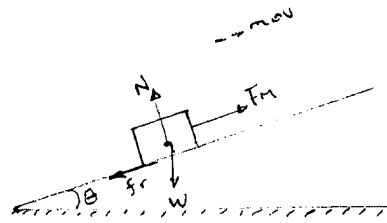
$$P = \frac{921,27}{746} = 1,23 \text{ Hp} //$$

$$P = \frac{921,27}{735} = 1,25 \text{ c.v} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

3.- Un auto de masa 1500Kg sube por una carretera recta, cuya pendiente es del 5% a un tiempo $t=0$ s; tiene una velocidad de 36 Km/h. Qué potencia debe desarrollar el motor considerando una eficiencia mecánica del 90%, para que en 5 segundos, alcance una velocidad de 54 Km/h y considerando una resistencia total al movimiento de $1/10$ del peso del auto.



$$\tan \theta = \frac{5}{100} \rightarrow \theta = 2,86^\circ$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 10}{5} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\sum F_x = m \cdot a$$

$$F_m - f_r - mg \sin \theta = m \cdot a$$

$$F_m = ma + f_r + mg \sin \theta$$

$$F_m = 1500(1) + \frac{1}{10}(15000) + 15000 \sin 2,86^\circ$$

$$F_m = 3748,43 \text{ Nt}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a \Delta r$$

$$\Delta r = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = 62,5 \text{ [m]}$$

$$W_{Fm} = F_m \cdot \Delta r = 3748,43 \cdot (62,5) = 234276,8 \text{ [J]}$$

$$P_m = \frac{W_{Fm}}{t} = \frac{234276,8}{5} = 46855,37 \text{ [W]}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{UTIL}}}{P_{\text{ENTREG}}} \times 100$$

$$P_{\text{ENTREG}} = \frac{46855,37}{0,9} = 52061,52 \text{ [W]}$$

$$P_{\text{ENTREG}} = 69,78 \text{ [HP]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

4.- Un avión vuela hacia el norte con una velocidad constante de 420 Km/h, la potencia de las turbinas es de 200Hp. Calcular:

4.1.- El valor de la fuerza de resistencia del aire.

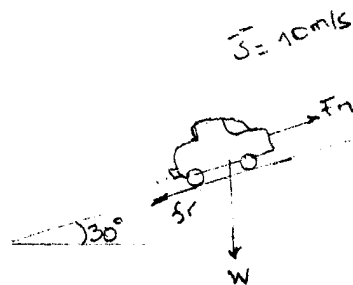
4.2.- El trabajo que realizan las turbinas del avión en 10 segundos.

$$\begin{aligned} 4.1) \quad P &= 200 \text{ HP} = 149200 \text{ W} \\ P &= F_R \cdot \left(\frac{d}{dt} \right) = F_R \cdot v_m \\ P &= F_R \cdot v_m \\ 149200 &= F_R \cdot (116,67) \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ F_R &= 1278,8 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4.2) \quad P &= \frac{T}{t} \\ 149200 &= \frac{T}{10} \\ \hookrightarrow T &= 1492000 \text{ [J]} // \end{aligned}$$

5.- Un vehículo cuya masa es 1000 Kg sube un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal una distancia de 100 metros a 36 Km/h.

La fuerza de fricción vale 2000 Newtons. Determinar la potencia del motor.



$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_x &= 0 \\ F_M &= f_r + mg \sin 30 \\ F_M &= 2000 + 10000 \sin 30 \\ F_M &= 7000 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_M &= F_M \cdot v \\ P_M &= 7000 (10) \\ P_M &= 70000 \text{ [W]} // \end{aligned}$$

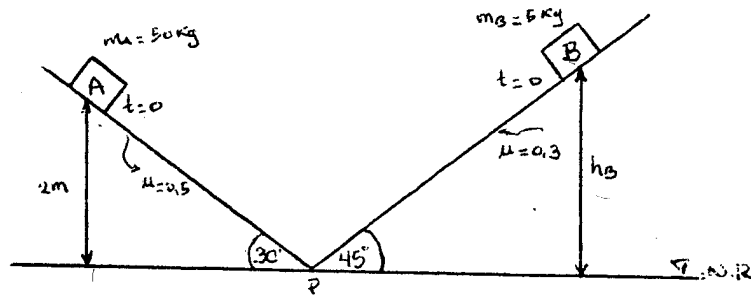


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

6.- Los cuerpos A y B parten del reposo al mismo instante. Determinar:

6.1.- De que altura h_B debe partir B para que choque con A en P.

6.2.- El trabajo realizado por los pesos de A y B desde $t=0$ hasta que chocan en P.



6.1)

$$E_{MA} = E_{MP} + T'_{fr}$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}m v_P^2 + \mu m g d \cos 30$$

$$50(10)(2) = \frac{1}{2}(50) v_P^2 + 0,5 \times 500 \times 4 \cos 30$$

$$v_{PA} = 2,31 \text{ m/s}$$

$$\sum \vec{F}_{XA} = m_A a_A$$

$$-m_A g \sin 30 - 0,5 m_A g \cos 30 = m_A a_A$$

$$a_A = 0,669 \text{ m/s}^2$$

$$v_A = v_A^0 + a_A t$$

$$t = \frac{v_A}{a_A} = \frac{2,31}{0,669} = 3,452 \text{ seg}$$

$$\sum \vec{F}_{XB} = m_B a_B$$

$$a_B = g \sin 45 - 0,3 g \cos 45$$

$$a_B = 4,949 \text{ m/s}^2$$

$$v_B = v_B^0 + a_B t$$

$$v_B = 4,949(3,5) = 17,32 \text{ m/s}$$

OBSERVACION:

$$v_A^2 = v_A^0^2 + 2 a_A \Delta r$$

$$v_A = \sqrt{2 a_A r} = 2,31 \text{ m/s}$$

$$E_{MB} = E_{MP} + T'_{fr}$$

$$m_B g h_B = \frac{1}{2} m_B v_P^2 + \mu m_B g \cos 45 \left(\frac{h_B}{\sin 45} \right)$$

$$5(10)h_B = \frac{1}{2}(5)(17,32)^2 + 0,3 \times 50 h_B$$

$$\hookrightarrow h_B = 21,42 \text{ [m]} //$$

6.2)

$$T_{mg} = -\Delta E_{Pg}$$

$$T_{mg} = -(E_{Pg}^0 - E_{Pg}^f)$$

$$T_{mg} = E_{Pg}^0 = 500(2) = 1000 \text{ [J]} //$$

$$T_{mg} = m_B g h_B = 50(21,42)$$

$$T_{mg} = 1071 \text{ [J]} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

7.- Una partícula de 5 Kg parte del reposo y se mueve durante 10 (s) bajo la acción de las siguientes fuerzas:

$$\vec{F}_1 = 50N(0,70\vec{i} - 0,70\vec{j} - 0,14\vec{k})$$

$$|\vec{F}_2| = 20N \quad \vec{u}_{F_2} = (-0,30\vec{i} - 0,60\vec{j} + n\vec{k}) \text{ y su peso. Determinar:}$$

7.1.- La variación de energía cinética de la partícula durante los 10 segundos.

7.2.- La variación de energía mecánica, en el mismo intervalo.

$$7.1) \quad |\vec{F}_2| = 1 = 0,30^2 + 0,60^2 + n^2 \Rightarrow n = 0,741$$

$$\vec{F}_2 = 20(-0,30\vec{i} - 0,60\vec{j} + 0,741\vec{k}) = -6\vec{i} - 12\vec{j} + 14,82\vec{k}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{W} = (35\vec{i} - 35\vec{j} - 7\vec{k}) + (-6\vec{i} - 12\vec{j} + 14,82\vec{k}) - 50\vec{j}$$

$$\sum \vec{F} = 29\vec{i} - 97\vec{j} + 7,82\vec{k} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = 5,8\vec{i} - 19,4\vec{j} + 1,56\vec{k}$$

$$|\vec{a}| = 20,3 \text{ m/s}^2 \quad \therefore a = \frac{\Delta v}{t} \Rightarrow \Delta v = a \cdot t = 203 \text{ m/s}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m (\Delta v)^2 = \frac{1}{2} (5) (203)^2 = 103022,5 \text{ [J]}$$

$$7.2) \quad \sum F_{ext} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 29\vec{i} - 47\vec{j} + 7,82\vec{k}$$

$$|\vec{F}_R| = 55,77 \text{ [N]}$$

$$\vec{r} = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2} (5,8\vec{i} - 19,4\vec{j} + 1,56\vec{k}) (10)^2 = 290\vec{i} - 970\vec{j} + 78\vec{k}$$

$$|\Delta \vec{r}| = 1015,42 \text{ [m]}$$

$$T_{ext} = \Delta E_c + \Delta E_{pg} + \vec{r} \cdot \vec{F}$$

$$55,77 (1015,42) = 103022,5 + \Delta E_{pg}$$

$$\Delta E_{pg} = -46392,52 \text{ J}$$

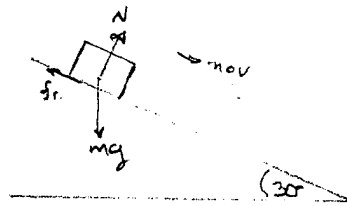
$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pg}$$

$$\Delta E_m = 56629,98 \text{ [J]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

8.-Un cuerpo de masa "m" se desliza partiendo del reposo hacia abajo de un plano inclinado rugoso, que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si el 70% de la energía mecánica total inicial se disipa durante el descenso en forma de calor; calcular el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano inclinado.



$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_x &= m \cdot a \\ mg \sin 30 - \mu mg \cos 30 &= m \cdot a \\ a &= g \sin 30 - \mu g \cos 30 \quad (1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{mi} &= E_{mf} + T' \\ E_{mi} &= E_{mf} + 0.7 E_{mi} \\ 0.3 E_{mi} &= E_{mf}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0.3 mgh &= \frac{1}{2} m v_f^2 \\ 0.3 mg d \sin 30 &= \frac{1}{2} m v_f^2 \\ v_f^2 &= 0.6 g d \sin 30 \quad (2)\end{aligned}$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ad \quad (3)$$

$$(2) \wedge (1) \text{ en } (3)$$

$$0.6 g d \sin 30 = 2 (g \sin 30 - \mu g \cos 30) \cdot d$$

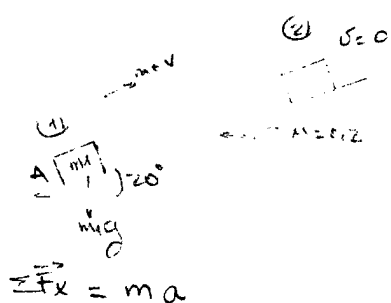
$$\hookrightarrow \mu = 0.404 //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

9.- Un bloque de masa 1 Kg es disparado a lo largo de un plano inclinado 20° , pasando por un punto A del plano con una velocidad V_0 . Si el coeficiente de fricción entre el bloque y el plano es 0,2 ; y el tiempo que utiliza el bloque hasta detenerse en la parte más alta del plano es 1 segundo. Calcular:

- 9.1.- La velocidad V_0 con la que pasó por el punto A.
- 9.2.- La distancia que recorre el bloque.
- 9.3.- El trabajo realizado por la fuerza de fricción.
- 9.4.- La energía mecánica total en la parte más alta del plano.
- 9.5.- Luego de detenerse en la parte más alta del plano, descenderá o no el bloque. Por qué ?.
- 9.6.- En caso de bajar, con qué velocidad pasará de regreso por el punto A.



$$\mu mg \cos 20 + mg \sin 20 = m a$$

$$a = \mu g \cos 20 + g \sin 20$$

$$a = 5,3 \text{ m/s}^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 - 2 a d$$

$$d = \frac{v_1^2}{2a} \quad (1)$$

$$9.1) \quad v_2^2 = v_0^2 - a t$$

$$v_1 = 5,3 (1) = 5,3 \text{ [m/s]}$$

$$v_1 = v_0 = 5,3 \text{ [m/s]}$$

$$9.2) \text{ en } (1):$$

$$d = \frac{5,3^2}{2(5,3)} = 2,65 \text{ [m]}$$

$$9.3) \quad T_{fr} = -f_r \cdot d$$

$$T_{fr} = -\mu mg \cos 20 \cdot d$$

$$T_{fr} = -0,2 \cdot 10 \cos 20 (2,65) = -4,98 \text{ [J]}$$

$$T_{fr} = -4,98 \text{ [J]}$$

$$9.4) \quad E_{mT2} = E_{pg2} + E_{c2} + T'$$

$$E_{mT2} = m g h_2 + 4,98$$

$$E_{mT2} = 10 (2,65 \sin 20) + 4,98 = 14 \text{ [J]}$$

$$E_{mT2} = 14 \text{ [J]}$$

$$9.5) \quad \vec{F}_x = m a$$

$$mg \sin 20 - \mu mg \cos 20 = m a$$

$$a = g \sin 20 - \mu g \cos 20$$

$$a = 1,54 \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{baja}$$

$$9.6) \quad v_{2A}^2 = v_2^2 + 2 a d$$

$$v_{2A} = \sqrt{2 (1,54) (2,65)} = 2,85 \text{ m/s}$$

$$v_{2A} = 2,85 \text{ m/s}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

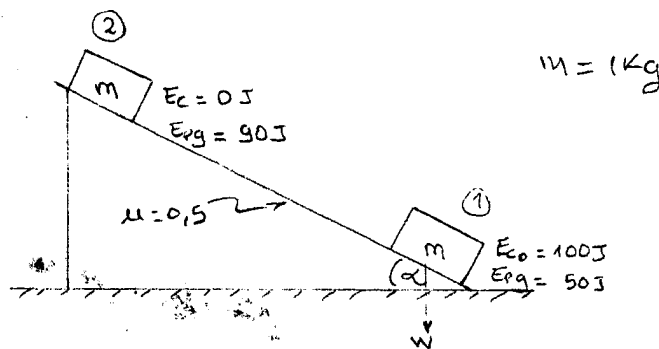
10.- Un bloque de masa 1Kg es disparado hacia arriba de un plano inclinado. El coeficiente de fricción único es 0,5. Si las condiciones energéticas del bloque son: en la base del plano, energía cinética = 100 joules; energía potencial gravitatoria = 50 joules. En la parte más alta es: energía cinética = 0 joules, energía potencial gravitatoria = 90 joules. De ésta información determinar:

10.1.- Si el bloque desciende o no. Por qué?

10.2.- El valor de la fuerza de fricción bajo la condición anterior.

10.3.- La distancia recorrida por el bloque a lo largo del plano.

10.4.- Si se lubrica el plano inclinado y la fuerza de fricción se reduce 1/10 de su valor; bajo las mismas condiciones energéticas, llegará el bloque a la parte más alta del plano con alguna velocidad? En caso afirmativo, cuál es ese valor.



$$\begin{aligned} 10.1) \quad E_{M1S} &= E_{M2S} + T'_{1-2} \\ E_{pg1} + E_{c1} &= E_{pg2} + E_{c2} + T'_{1-2} \\ 100 + 50 &= 90 + 0 + T'_{1-2} \\ T'_{1-2} &= 60 \text{ J} \quad \text{cuando sube} \end{aligned}$$

Cuando baja:

$$\begin{aligned} E_{M2S} &= E_{M1S} + T'_{2-1} \\ 90 &= E_{M1S} + 60 \\ E_{M1S} &= 30 \text{ J} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Si $E_{M1S} > T'_{2-1} \rightarrow$ el bloque desciende

Pero tenemos: $E_{M1S} < T'_{2-1}$

$\hookrightarrow$ NO DESCIENDE //

$$(10.2) \quad E_{M1} = E_{M2} + T_{1-2}$$

$$150 = 90 + \mu mg \cos \alpha \cdot d$$

$$E_{C1} = 100 = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\hookrightarrow v_1 = 14,14 \text{ m/s}$$

$$v_2^2 = v_1^2 - 2ad$$

$$v_1^2 = 2ad \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_x = m a$$

$$\mu g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha = m \cdot a$$

$$a = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha \quad (2)$$

① y ② despejo d:

$$d = \frac{v_1^2}{2(g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha)} \quad (3)$$

Reemplazo en la ecuación de energía.

$$150 = 90 + \mu mg \cos \alpha \cdot \frac{v_1^2}{2(g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha)}$$

Despejo en ángulo:

$$\tan \alpha = 0,33 \rightarrow \alpha = 18,41^\circ$$

$$T_{1-2} = 60 = f_r \cdot d$$

$$\text{en } (3) \quad d = 12,65 \text{ m}$$

$$\hookrightarrow f_r = 4,74 \text{ N}$$

$$(10.3) \quad d = 12,65 \text{ [m]}$$

$$(10.4) \quad f_r = \frac{1}{10} (4,74) = 0,474 \text{ Nt}$$

$$E_{M1} = E_{M2} + T'$$

$$90 + 100 = 90 + \frac{1}{2} m v_2^2 + 0,474 \times 12,65$$

$$\hookrightarrow v_2 = 10,4 \text{ m/s} \Rightarrow \text{ llega a la parte alta con una velocidad } v_2.$$

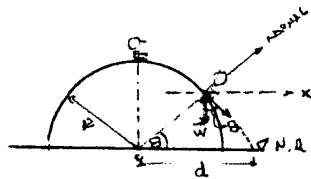


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

12.- Un muchacho se encuentra sentado en la parte superior de un montículo de hielo semi-esférico de radio R (ver figura); si el muchacho comienza a resbalar y el hielo se supone sin rozamiento. Determinar:

12.1.- La posición del punto donde el muchacho se separa del montículo en función de R .

12.2.- La posición donde cae el muchacho en el suelo, respecto al centro de la semi-esfera.



12.1) En el punto p:

$$\sum F_c = m \frac{v_p^2}{R} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{N} = \hat{0} \text{ porq se desprende} \\ \text{el muchacho.} \end{array} \right.$$

$$\vec{N} + mg \sin \theta = m \frac{v_p^2}{R}$$

$$v^2 = g R \sin \theta \quad (1)$$

$$E_{\text{me}} = E_{\text{mp}}$$

$$mgh_A = \frac{1}{2} m v_p^2 + mgh_p$$

$$mgR = \frac{1}{2} m (gR \sin \theta) + mgR \sin \theta$$

$$1 = \frac{1}{2} \sin \theta + \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{2}{3}$$

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{2}{3} \right) = 41.8^\circ$$

$$\vec{r}_P = R (\cos 41.8^\circ \vec{i} + \sin 41.8^\circ \vec{j})$$

$$\vec{r}_P = 0.745 R \vec{i} + 0.66 R \vec{j} //$$

12.2) En (1):

$$v^2 = v_0^2 = g R \left(\frac{2}{3} \right)$$

$$y = x \tan \alpha + \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y = g x \quad \vec{\mu}_{v_0} = -\vec{\mu}_a ; (\vec{a} = \vec{g})$$

$$(12.2) \quad R \sin \theta = x \tan 48.2 + \frac{5x^2}{gR \left(\frac{2}{3} \right) \cos^2 48.2}$$

$$R \left(\frac{2}{3} \right) \left[g R \left(\frac{2}{3} \right) \right] \cos^2 48.2 = \left[g R \left(\frac{2}{3} \right) \right] \cos^2 48.2 (x \tan 48.2) + 5x^2$$

$$1.974 R^2 = 3.312 R x + 5x^2$$

$$5x^2 + 3.312 R x - 1.974 R^2 = 0$$

$$x = \frac{-3.312 R \pm \sqrt{(3.312 R)^2 + 4(5)(1.974 R^2)}}{10}$$

$$x = \frac{-3.312 R \pm 7.10 R}{10}$$

$$x = \frac{-3.312 R + 7.10 R}{10} = 0.378 R$$

$$d = r_{\text{ex}} + x$$

$$d = [0.745 + 0.378] R = 1.123 R //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

11. –Dos partículas A y B de masas “m” y “15m” respectivamente se mueven sobre una superficie horizontal lisa, siguiendo trayectorias rectilíneas. Su energía mecánica total es la misma para las dos partículas.

11.1.- Cual es el trabajo que debe realizar sobre cada una de ellas para detenerlas, en función de “m” y V_A .

11.2.- Si se aplica una misma fuerza F sobre cada una de las partículas, en dirección contraria a su movimiento, Qué distancia, desde ese instante, recorre cada una hasta detenerse en función de “m”, F y V_A .

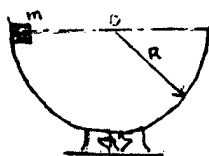


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

13.- Se deja caer un bloque de hielo desde la parte superior de un recipiente de forma de media esfera de radio de 20 centímetros. Si la masa del hielo es 30 gramos. Determinar :

13.1.- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, si la velocidad del bloque en el punto más bajo es de 100 cm/s.

13.2.- Si se practica un corte en el fondo del recipiente y se coloca una balanza como se indica en la figura. Cuanto marcará la balanza en el instante que el bloque pasa por ese punto.



13.1)

Datos:

$$m = 30 \text{ gr} = 0,03 \text{ kg}$$

$$v_2 = 100 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 1 \text{ m/s}$$

$$E_{k1} = E_{k2} + T'$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + T'$$

$$(0,03)(9,8)(0,2) = \frac{1}{2}(0,03)(1)^2 + T'$$

$$T' = 0,0438 \text{ J}$$

$$\rightarrow T_{\text{roz}} = -0,0438 \text{ [J]} //$$

OBSERVACION:

$$T_{\text{fr}} = f_{\text{rm}} \Delta S$$

$$\Delta S = \Delta \theta \cdot R = \left(\frac{2\pi}{4}\right)(0,2) = 0,314$$

$$0,0438 = f_{\text{rm}} \cdot (0,314)$$

$$f_{\text{rm}} = 0,139 \text{ [N]} //$$

13.2) $\sum F_{c2} = m \frac{v_2^2}{R}$

$$N_2 - mg = m \frac{(1)^2}{(0,2)}$$

$$N_2 = \frac{0,03 \times 1}{0,2} + 0,03 \times 9,8 = 0,44 \text{ [N]}$$

$$N_2 = 0,44 \text{ [N]} //$$



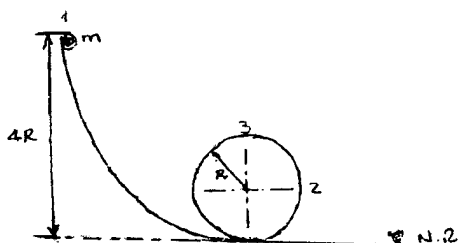
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

14.- Se deja caer un bloque de masa "m" desde el punto 1 de la pista sin rozamiento, como se muestra en la figura. Determine:

14.1.- La magnitud y dirección, respecto a la horizontal, de la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo en el punto 2.

14.2.- La velocidad del cuerpo en el punto 3.

14.3.- La magnitud y dirección de la fuerza que ejerce el bloque sobre la pista en 3.



$$14.1) \quad E_{M1} = E_{M2}$$
$$mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$
$$g(4R) = gR + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$3gR = \frac{1}{2}v_2^2$$

$$v_2^2 = 6gR$$

$$\sum \vec{F}_c = m \frac{v_2^2}{R}$$

$$N_2 = m \frac{v_2^2}{R}$$

$$N_2 = m \frac{(6gR)}{R} = 6mg$$

$$\vec{F}_R = \vec{N} + \vec{mg}$$

$$\vec{F}_R = -6mg\vec{i} - mg\vec{j}$$

$$|\vec{F}_R| = 6.08 \text{ [N]}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-mg}{-6mg}\right) = 9.46^\circ$$

$$14.2) \quad E_{M1} = E_{M3}$$

$$mg(4R) = mg(2R) + \frac{1}{2}mv_3^2$$

$$v_3 = \sqrt{4gR}$$

$$14.3) \quad \sum \vec{F}_c = m \frac{v_3^2}{R}$$

$$N_3 + mg = m \frac{v_3^2}{R}$$

$$N_3 = m \frac{v_3^2}{R} - mg$$

$$N_3 = m \frac{(4gR)}{R} - mg$$

$$N_3 = 3mg$$

$$\hookrightarrow \vec{N}_3 = -3mg\vec{j} \text{ [N]}$$

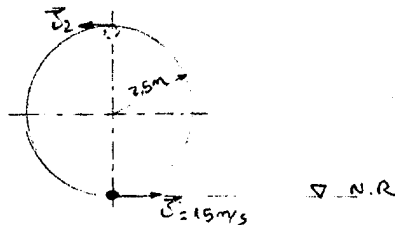


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

15.- Un ciclista y bicicleta pesan 800 Newtons y se mueven sobre una pista circular vertical de 2,5 metros de radio. Si la velocidad en el punto más bajo de la trayectoria circular es de 15 m/s. Despreciando rozamiento, calcular:

15.1.- La aceleración en el punto más alto de la trayectoria.

15.2.- La magnitud y dirección de la fuerza que hace la pista sobre la bicicleta en el punto más alto de la pista circular.



(15.1)

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = m g h_2 + \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\frac{1}{2} (80) (15)^2 = 80 (10) (5) + \frac{1}{2} (80) v_2^2$$

$$v_2 = 11,18 \text{ m/s}$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{11,18^2}{2,5} = 50 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_c = -50 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$\omega_2 = \frac{11,18}{2,5} = 4,47 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = \frac{15}{2,5} = 6 \text{ rad/s}$$

$$\omega_f^2 = \omega_o^2 - 2\alpha \Delta\theta$$

$$4,47^2 = 6^2 - 2\alpha (\pi)$$

$$\alpha = \frac{6^2 - 4,47^2}{2\pi} = 2,519 \text{ rad/s}^2$$

$$a_t = \alpha \cdot R = 2,549 \times 2,5$$

$$a_t = 6,372 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a} = -6,372 \vec{i} - 50 \vec{j} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$15.2) \quad \sum F_c = m \frac{v^2}{R}$$

$$N_2 + mg = m \frac{v^2}{R}$$

$$N_2 = m \frac{v^2}{R} - mg$$

$$N_2 = 80 \times \frac{11,18^2}{2,5} - 80 \times 10$$

$$N_2 = 3199,75 \text{ [N]}$$

$$\vec{N}_2 = -3199,75 \vec{j} \text{ [N]}$$

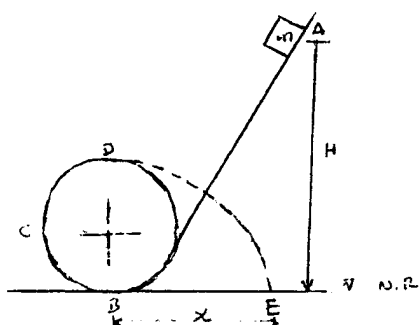


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

16.- Un cuerpo de masa "m" comienza a resbalar desde el punto A de la pista sin rozamiento, si el radio de la pista circular es 1 metro. Determinar:

16.1.- La mínima altura H del punto A, desde donde se debe soltar al cuerpo para que no se separe de la pista en ningún punto.

16.2.- Suponiendo que la pista estuviera cortada en el punto D, a qué distancia del punto de tangencia B impactaría el cuerpo en el plano XY.



$$\begin{aligned} 16.1) \quad \frac{mv_D^2}{R} &= m\frac{v_D^2}{R} \\ N + mg &= m\frac{v_D^2}{R} \\ v_D^2 &= Rg \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{MA} &= E_{MD} \\ mgh_A &= mgh_D + \frac{1}{2}mv_D^2 \\ gH &= g(2R) + \frac{1}{2}(Rg) \\ 10H &= 10(2) + \frac{1}{2}(10) \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow H = 2,5 \text{ [m]} //$$

$$\begin{aligned} 16.2) \quad y &= x \tan \theta - \frac{\frac{1}{2}gx^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} \\ -2R &= x \tan 0^\circ - \frac{5x^2}{10^2 \cos^2 0} \\ \hookrightarrow x &= 2 \text{ [m]} // \end{aligned}$$

Otra manera:

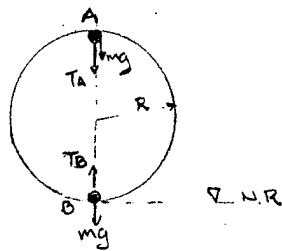
$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}gt^2 \\ 2 &= \frac{1}{2}(10)t^2 \\ t &= 0,632 \text{ seg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= v_{0x} \cdot t \\ x &= 3,162 \times 0,632 \\ x &= 2 \text{ [m]} // \end{aligned}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

17.-Un cuerpo de masa "m" se encuentra atado en el extremo de una cuerda de longitud "L" y girando en un plano vertical. Demostrar que la tensión de la cuerda en el punto más bajo de la trayectoria excede a la tensión de la cuerda en el punto más alto de la trayectoria en 6 veces el peso del cuerpo que gira.



$$E_{MA} = E_{MB}$$

$$mg(2R) + \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 4Rg \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_{CA} = m \frac{v_A^2}{R}$$

$$mg + T_A = m \frac{v_A^2}{R} \quad ; \quad T_A = m \frac{v_A^2}{R} - mg \quad (2)$$

$$\sum \vec{F}_{CB} = m \frac{v_B^2}{R}$$

$$T_B - mg = m \frac{v_B^2}{R}$$

$$T_B = m \frac{v_B^2}{R} + mg \quad (3)$$

$$(3) - (2)$$

$$T_B - T_A = 2mg + \frac{m}{R} (v_B^2 - v_A^2) \quad (4)$$

$$(1) \text{ en } (4)$$

$$T_B - T_A = 2mg + \frac{m}{R} (v_A^2 + 4Rg - v_A^2)$$

$$T_B = T_A + 6mg \quad \Rightarrow$$



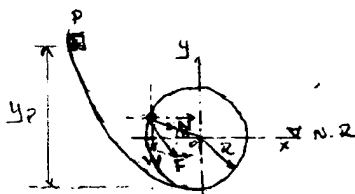
RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

18.- En la figura determinar respecto al sistema de referencia XY.

18.1.- En que posición se encuentra la partícula que resbala por el rizo, cuando sobre ella actúa una fuerza resultante $\vec{F} = 5mg\vec{i} - 4mg\vec{j}$ (newtons), y

18.2.- La coordenada en Y del punto P, desde el cual se deja caer la partícula con velocidad $= 0\vec{i} - 0\vec{j}$ (m/s) para que cumpla la condición del literal anterior.

(8.1)



$$\vec{N} + m\vec{g} = \vec{F}$$

$$\vec{N} = \vec{F} - m\vec{g}$$

$$\vec{N} = (5mg\vec{i} - 4mg\vec{j}) - (-mg\vec{j})$$

$$\vec{N} = 5mg\vec{i} - 3mg\vec{j}$$

$$\vec{r} = R(-\cos 30.96^\circ \vec{i} + \sin 30.96^\circ \vec{j})$$

$$\vec{r} = -0.857R\vec{i} + 0.51R\vec{j}$$

(8.2) $\sum F_N = m \frac{v_1^2}{R}$

$$N_1 + mg \sin \theta = m \frac{v_1^2}{R}$$

$$5.83mg + 0.514mg = m \frac{v_1^2}{R}$$

$$v_1 = \sqrt{6.34gR}$$

$$W_{NC} = \Delta E_K + \Delta E_P$$

$$0 = E_{K1} - E_{Kp} + E_{P1} - E_{Pp}$$

$$0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgR \sin \theta - mg(y_P - R)$$

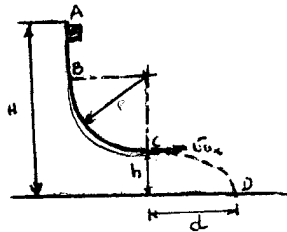
$$0 = \frac{1}{2}(6.34gR) + g(R \sin 30.96^\circ) - gy_P + gR$$

$$\rightarrow y_P = 4.68R //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

19.- En la pista de la figura (A-B-C) existe rozamiento solo en el tramo BC, si se suelta en A un cuerpo de masa 2 Kg y este luego de deslizar sobre la pista (A-B-C) hace impacto en el piso en el punto D, determinar el trabajo de la fuerza de rozamiento en el tramo B-C de la pista.



$$H=25\text{m}$$

$$R=3\text{m}$$

$$h=20\text{m}$$

$$d=10\text{m}$$

T' : Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

$$E_{\text{A}} = E_{\text{B}} + T'$$

$$mgh = mg(h+R) + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$(10)(25) = (10)(23) + \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\hookrightarrow v_B = 6.32 \text{ m/s}$$

$$W_{\text{NC}} = \Delta E_c + \Delta E_p + T'$$

$$E_{\text{B}} = E_{\text{C}} + T'$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mg(R+h) = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh + T' \quad (1)$$

C-D: Mov. parabólico

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$20 = \frac{1}{2}(10)t^2$$

$$t = 2 \text{ seg}$$

reemplazo en (1):

$$x = v_{0x}t$$

$$v_{0x} = \frac{x}{t} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m/s} = v_C$$

$$\frac{1}{2}(2)(6.32)^2 + (2)(10)(23) = \frac{1}{2}(2)(5^2) + (2)(10)(20) + T'$$

$$\hookrightarrow T' = 75 \text{ [J]}$$

$$\Rightarrow T_{\text{roz}} = -75 \text{ [J]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

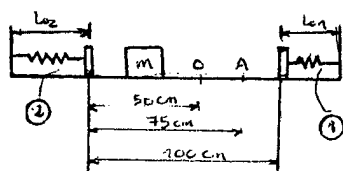
23.-En el sistema de la figura,determinar:

23.1.- La distancia x_1 que se debe comprimir al resorte (1) para que el cuerpo de masa 5 Kg se detenga en el punto A;luego de atravesar la pista,comprimir al resorte (2) y regresar.

23.2.- La energía mecánica perdida por rozamiento en todo el recorrido.

23.3.- La velocidad del cuerpo en O,al regreso.

23.4.- El trabajo realizado por la normal.



$$K_1 = 1500 \text{ N/m}$$

$$K_2 = 2000 \text{ N/m}$$

$$\mu = 0,3$$

Resolución del ejercicio en la parte
de atrás:

$$23.1) \quad E_{H1} = E_{H2} + T'$$

$$\frac{1}{2} K_1 X_1^2 = \frac{1}{2} K_2 X_2^2 + 0,3 \times 50 (1 + X_2 + X_1) \quad (1)$$

$$E_{H2} = T'$$

$$\frac{1}{2} K_2 X_2^2 = 0,3 \times 50 (X_2 + 0,75)$$

$$\frac{1}{2} (1500) X_2^2 = 0,3 \times 50 (X_2 + 0,75) \quad (2)$$

$$\Rightarrow X_2 = 0,132 \text{ m}$$

en (1) :

$$\frac{1}{2} (2000) X_1^2 = \frac{1}{2} (1500) (0,132)^2 + 0,3 \times 50 (1 + 0,132 + X_1)$$

$$\hookrightarrow X_1 = 0,181 \text{ m} //$$

23.2)

$$W_{fr} = -0,3 \times 50 (1 + X_2 + X_1) - 0,3 \times 50 (X_2 + 0,75)$$

$$W_{fr} = -33,66 \text{ J} //$$

23.3)

$$E_{H2} = \frac{1}{2} m v_0^2 + T'$$

$$\frac{1}{2} K_2 X_2^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0,3 \times 50 (0,5)$$

$$\frac{1}{2} (1500) (0,132)^2 = \frac{1}{2} (5) v_0^2 + 0,3 \times 50 (0,5)$$

$$\hookrightarrow v_0 = 1,492 \text{ m/s} //$$

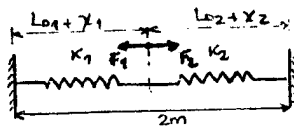
23.4)

$$T_N = \vec{F}_n \cdot \Delta \vec{r} = (-mg \vec{j}) \cdot \Delta \vec{r} \vec{i} = 0 \text{ [J]} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

24.- El resorte 1 tiene una longitud de 50 cm y constante elástica $K_1 = 25 \text{ Nt/m}$. El resorte 2 tiene 1 m de longitud y constante $K_2 = 10 \text{ Nt/m}$. Están unidos y estirados de tal manera que sus extremos fijos están separados 2 m. Calcular la longitud de cada uno de los resortes en esta posición.



$$F_1 = F_2$$

$$K_1 x_1 = K_2 x_2$$

$$25 x_1 = 10 x_2$$

$$x_1 = 0,4 x_2 \quad (1)$$

$$(L_{01} + x_1) + (L_{02} + x_2) = D$$

$$(0,5 + x_1) + (1 + x_2) = 2$$

$$x_1 + x_2 = 0,5 \quad (2)$$

① en ② :

$$x_2 = 0,357 \text{ m}$$

$$x_1 = 0,142 \text{ m}$$

$$\Rightarrow L_1 = L_{01} + x_1 = 0,642 \text{ m} //$$

$$\Rightarrow L_2 = L_{02} + x_2 = 1,357 \text{ m} //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

25.- La pista de la figura es totalmente lisa, Calcular la mínima compresión que debe hacerse sobre el resorte de longitud inicial 50 cm, para que el cuerpo de masa "m" complete la trayectoria.

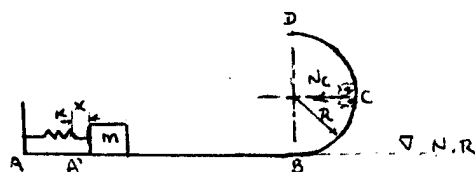
25.1.- Determine la reacción que ejerce la pista sobre el cuerpo, cuando éste se halla en el punto C.

AB=12 m

R=2m

K=100 Nt/cm

M=1 Kg.



$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{cD} &= m \frac{v_D^2}{R} \\ mg + N &= m \frac{v_D^2}{R} \\ v_D^2 &= Rg \end{aligned}$$

$$W_{FNC} = \Delta E_{ms}$$

$$0 = \Delta E_{pk} + \Delta E_{pg} + \Delta E_{pe} + \sum \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$0 = E_{pkD} - E_{pkA'} + E_{pgD} - E_{pgA'} + E_{peD} - E_{peA'}$$

$$0 = \frac{1}{2} m v_D^2 + mgh_D - \frac{1}{2} Kx^2$$

$$0 = \frac{1}{2} (2g) + 1(9,8)(4) - \frac{1}{2} (10000)x^2$$

$$\hookrightarrow x = 0,098 \text{ m} \Rightarrow x = 9,9 [\text{cm}] //$$

25.1) $E_{kA'} = E_{kC}$

$$\frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} m v_C^2 + mgh_C$$

$$\frac{1}{2} (10000)(0,098)^2 = \frac{1}{2} (1) v_C^2 + 1(9,8)(2)$$

$$\hookrightarrow v_C = 7,53 \text{ m/s}$$

$$\sum F_c = m \frac{v_C^2}{R}$$

$$N_c = m \frac{v_C^2}{R}$$

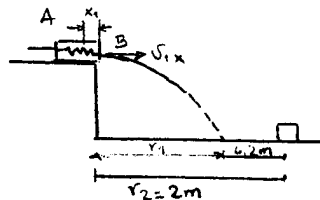
$$N_c = (1) \frac{(7,53)^2}{2} = 28,35 [\text{Nt}]$$

$$\hookrightarrow N_c = 28,35 [\text{Nt}] //$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

26.- Dos muchachos desean impactar a un objeto que está situado en el piso, usando una pistola de resorte colocada horizontalmente. Se considera despreciable el rozamiento en el cañón de la pistola. El primer muchacho comprime el resorte 1 cm y el proyectil impacta en el piso 20 cm delante del objeto; el mismo que está situado a 200 cm del pie de la mesa. Calcular la distancia que debe comprimirse el resorte el segundo muchacho con el propósito de que el proyectil pegue en el blanco.



$$E_{MA} = E_{MB}$$

$$\frac{1}{2} K x_1^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (1)$$

$$E_{MA'} = E_{MB'}$$

$$\frac{1}{2} K x_2^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$$

$$\hookrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_{1x}}{v_{2x}} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = v_{1x} \\ v_2 = v_{2x} \end{array} \right\} \text{reemplazo en (3)}$$

$$\left. \begin{array}{l} r_1 = v_{1x} \cdot t \\ r_2 = v_{2x} \cdot t \end{array} \right| \frac{r_1}{r_2} = \frac{v_{1x}}{v_{2x}} \quad (4)$$

$$(4) \text{ en } (3)$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

$$x_2 = \frac{x_1 \cdot r_2}{r_1} = \frac{1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ m}}{1,8 \text{ m}}$$

$$x_2 = 1,1 \text{ [cm]} //$$

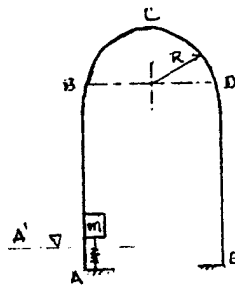


RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

27.- En base (A) del arco vertical de la figura se coloca un resorte de longitud natural 15 cm. Se comprime el resorte una distancia de 5 cm y se coloca sobre él un bloque de masa 1 kg. Si se desea de la vuelta el arco ABCDE con el mínimo esfuerzo, entonces determine el valor de la constante del resorte en Din/cm.

AB = 100 cm.

R = 25 cm.



$$\sum F_c = m \frac{v_c^2}{R}$$

$$mg + N^D = m \frac{v_c^2}{R}$$

$$v_c^2 = gR \quad (1)$$

$$E_{HA'} = E_{HC}$$

$$\frac{1}{2} K(0.05)^2 = mgh_c + \frac{1}{2} m v_c^2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ en } (2)$$

$$\frac{1}{2} K(0.05)^2 = 9.8 h_c + \frac{1}{2} (9.8)(0.25) \quad (3)$$

$$h_c = 25 + 100 - 10 = 115 \text{ cm} \quad (4)$$

$$(4) \text{ en } (3)$$

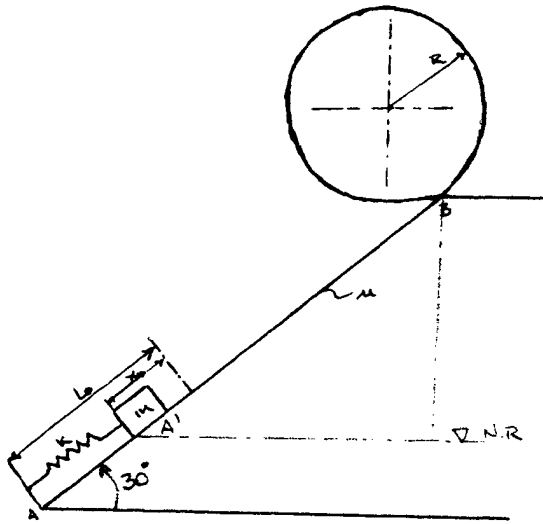
$$\frac{1}{2} K(0.05)^2 = 9.8(1.15) + \frac{1}{2} (9.8)(0.25)$$

$$\hookrightarrow K = 9996 \left[\frac{N}{m} \right]$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

28.- Si en la figura la sección recta (tramo AB), es rugosa, y la circular lisa; determinar la mínima compresión necesaria del resorte, a fin de que una masa de 1 kg disparada por el resorte comprimido completa una vuelta en la sección circular.



$$\mu = 0,2$$

$$L_0 = 0,5 \text{ m}$$

$$AB = 4 \text{ m}$$

$$R = 2 \text{ m}$$

$$K = 4000 \text{ N/m}$$

$$X_0 = \text{mínima compresión.}$$

$$E_{MSB} - E_{MSA'} = W_{FNC}$$

$$E_{MSB} - E_{MSA'} = -f_r \cdot d$$

$$d = 4 - (L_0 - x) = 4 - (0,5 - x)$$

$$d = 3,5 + x$$

$$E_{MB} = E_{MC}$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_C^2 + mgh_C$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m (gR) + mg(4)$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} (1)(gR) + 1g \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_B - \frac{1}{2} K x_A^2 = -\mu mg \cos \theta \cdot d \quad (1)$$

$$(2) \text{ en } (1)$$

$$\frac{1}{2} (1)(gR) + 1g + mgh_B - \frac{1}{2} K x_A^2 = -\mu mg \cos \theta (3,5 + x)$$

$$\frac{1}{2} (9,8)(2) + 4(9,8) + mg d \sin 30 - \frac{1}{2} (4000) x^2 = -0,2 \times 1 (9,8) \cos 30 (3,5 + x)$$

$$\frac{1}{2} (9,8)(2) + 4(9,8) + 9,8(3,5 + x) \sin 30 - \frac{1}{2} (4000) x^2 = -0,2(9,8) \cos (3,5 + x)$$

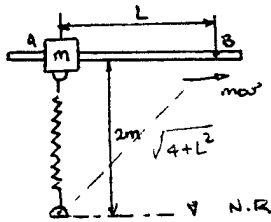
$$2000 x^2 - 9,6 x - 72 = 0$$

$$x = 0,191 \text{ [m]} \rightarrow x = 19,15 \text{ [cm]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

29.- Un cursor de 2Kg de masa esta montado sobre una barra lisa y unido a un punto fijo C mediante un resorte de $k=200 \text{ N/m}$ y 2m de longitud. Un impulso le comunica al cursor una velocidad de 5 m/s y éste se desplaza sobre una barra sin rozamiento hasta el punto B en donde se detiene. Determinar la longitud que recorre el cursor.



$$E_{HA} = E_{HB}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} k x_B^2 + \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\frac{1}{2} (2) (5^2) = \frac{1}{2} (200) (\sqrt{4+L^2} - 2)^2$$

$$25 = 100 [\sqrt{L^2+4} - 2]^2$$

$$25 = 100 [(L^2+4) - 4\sqrt{L^2+4} + 4]$$

$$0,25 = [(L^2+4) - 4\sqrt{L^2+4} + 4]$$

$$0,25 = L^2 + 8 - 4\sqrt{L^2+4}$$

$$4\sqrt{L^2+4} = L^2 + 8 - 0,25$$

$$(\sqrt{L^2+4})^2 = (0,25L^2 + 1,937)^2$$

$$L^2 + 4 = 0,0625L^4 + 0,968L^2 + 3,752$$

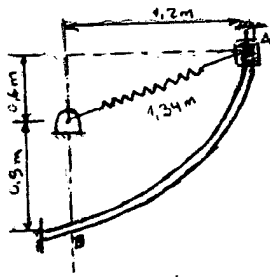
$$0,0625L^4 - 0,032L^2 - 0,248 = 0$$

$$\rightarrow L = 1,5 \text{ [m]}$$



RESOLUCION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

30.- Un cursor de masa 50 Kg se mueve a lo largo de la guía rígida y lisa desde A hacia B, como se indica en la figura. Calcular su velocidad en B si parte del reposo en A. La longitud normal del resorte es 0,6 m y su constante es de 100 Kgf/m.



$$m_A = 50 \text{ kg}$$

$$v_{A0} = 0$$

$$K = 100 \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \cdot \frac{9,8 \text{ N}}{1 \text{ kgf}} = 980 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$x_A = 1,34 - 0,6 = 0,741 \text{ m}$$

$$x_B = 0,9 - 0,6 = 0,3 \text{ m}$$

$$E_{A0} = E_{B0}$$

$$\frac{1}{2} K x_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} K x_B^2$$

$$\frac{1}{2} (980) (0,741)^2 + 50 \cdot 9,8 \cdot 1,5 = \frac{1}{2} (50) v_B^2 + \frac{1}{2} (980) (0,3)^2$$

$$\text{Despejo } v_B:$$

$$\rightarrow v_B = 6,19 \text{ [m/s]}$$